ROSETUM Geometricum.

SIVE

PROPOSITIONES ALIQUOT

Frustra antehac tentatæ.

Cum Censura brevi

Doctrinæ WALLISIANÆ de Motu.

AUTHORE

THOMA HOBBES *Malmsburiensi.*

LONDINI:

Excudebat *J. C.* pro *Guilielmo Crook*, ad Signum Draconis viridis in vico vulgò vocato *Without Temple-bar.* 1671.

Ad Lectorem Algebristam.

Controversiæ nostræ hoc loco legibus (si tibi placeant) paucis imponam finem. Quæras velim, primo, Utrum Series quantitatum æqualium, vel in ratione aliqua certa eadem, vel duplicata, triplicata, &c. crescentium sit quantitas finita an infinita. Si infinitam inveneris, secundo loco quæras Utrum possit illa habere aliquam rationem ad quantitatem finitam. Tertio quæras Utrum linea vel alia magnitudo non sit capax divisionis in semper divisibilia, sive an aliqua quantitas possit esse infinitè exigua. Si inveneris quantitatem omnem esse semper divisibilem; & seriem quantitatum æqualium vel semper crescentium æqualiter vel in duplicata vel triplicata ratione esse quantitatem infinitam, nec habere rationem ad quantitatem finitam, nec esse quantitatem ullam infinitè exiguam, concedes tu mihi doctrinam Wallisianam de Arithmetica Infinitorum, & doctrinam ejusdem de Motu nuper editam, contra quam infra disputavi inanem & falsam esse, ut super hæc fundatum. Sin series omnis quantitatum æqualium, vel crescentium (ut supra) sit finita; vel ratio nulla sit infinitæ quantitatis ad finitam; vel denique si quantitas omnis non sit divisibilis in semper divisibilia, victus tibi ego cedam. Vale, & meditare hæc.

Ad Lectorem Geometram.

Hinc tibi carpe Rosam (Lector studiose) recentem:
Candidus olfacias Wallisianus edat.

PROP. I. } DE *sectione lineæ rectæ extrema & media ratione.* Pag. 1,5.
PROP. II.

PROP. III. *De Polygonis regularibus.* 8

PROP. IV. *De ratione curvi ad curvam in circulorum circumferentiis.* 15

PROP. V.
PROP. VI. } *De magnitudine arcus circuli.* 17, 19, 22, 29
PROP. VII.
PROP. VIII

PROP. IX. *De divisione anguli dati.* 33

PROP. X. *De Sinubus, Subtensis, in quadrante circuli.* 35

PROP. XI. *Arcus quadrantis æqualis est semidiametro, unà cum Tangente 30 gr.*

PROP. XII. *Recta quæ trianguli æquilateri basem* BK *secat a quovis vertice bifariam, sesquialtera est est Tangentis arcus 30 gr.* 39

PROP. XIII. *Differentia inter majus & minus segmentum rectæ divisæ extrema & media ratione, dupla est differentiæ inter eandem rectam, & eam quæ potentia est ad ipsam ut 5 ad 4.* 40

PROP. XIV. *Si secans arcus 30 grad. secetur extrema & media ratione, majus segmentum erit æquale semidiagonali quadrati a semidiametro.* 41
PROP. XV. *Digressio de discordia inter calcu-*
PROP. XVI. *lum linearum, superficierum, & numerorum in demonstrationibus Geometricis.* 43,46
PROP. XVII. *Latus Icosaedri æquale est tertiæ parti semicirculi in sua Sphæra maximi.* 48
PROP. XVIII. *De quadrato areæ quadrantis æquali* 52
PROP. XIX. *Inter rectam datam & ipsius dimidiam invenire duas medias proportionales.* 57
PROP. XX. *De centro Gravitatis quadrantis circuli* 60
PROP. XXI. *De centro Gravitatis Bilinei cujus una linea est arcus quadrantis, altera est ejusdem arcus subtensa.* 63

PROP.

PROP: I.

De ſectione lineæ rectæ, extrema & media ratione.

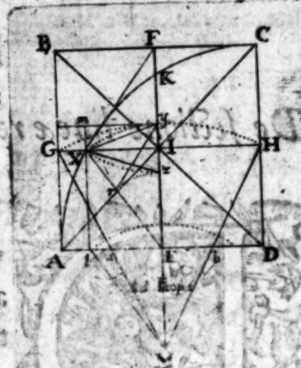
DEſcribatur quadratum A B C D, diviſiſq; lateribus in E, F, G, H biſariam; jungatur F E, G H, quæ mutuò ſe ſecabunt in centro quadrati ad I; ducanturq; diagonales AC, BD. Deſcribatur etiam centro D quadrans DAC ſecans FE & GH in K & X.

Ducatur deniq; EX. Dico EX æqualem eſſe majori ſegmento rectæ EF ſive lateris AB diviſi extrema & media ratione.

Ducatur FX, eaq; ſemidiametro deſcribatur arcus Circuli Xz ſecans FE in z. Item ſemidiametro EX deſcribatur arcus Circuli Xy ſecans eandem FE in y, ducanturq; rectæ Xz, Xy.

Jam angulus E z X æqualis eſt duobus angulis zFX, FXz, quia hi interni, ille externus eſt triangulo

zFX. Rursus idem angulus EzX propter eandem causam æqualis est duobus angulis Xyz, yXz. Sunt autem Xzy & FXz æquales. Quare etiam duo anguli XFz & zXy sunt inter se æquales.



Habent ergo duo triangula FXz, yXz duos angulos æquales duobus angulis trianguli zXy, & per consequens tres tribus. Sunt ergo æquiangula. Quare ut XF vel EX ad Xz, ita est Xz vel Xy ad zy.

Quod autem anguli zEX, zXE sunt æquales, demonstrationem habet ex hactenus constructis difficiliorem. Ostendam autem etiam illos æquales esse, & primò, per reductionem ad impossibile. Ducta enim per punctum X recta lm secans AE in l, ita ut X*l* æqualis sit & parallela rectæ EI, erunt duo recti *m*XI, IX*l* æquales quinq; angulis *m*XF, FXy, yXz, zXE, EX*l*. Ostendam autem hoc esse impossibile, nisi anguli zEX, zXE sint æquales.

Nam si utervis angulus, puta angulum ad X trianguli z*EX* reliquo ad *E* major sit, ut fiant æquales, sumendum est punctum z paulo inferius, ita ut Xz, z*E* sint æquales; idem faciendum est de recta X*y*, cujus punctum *y* removendum est versus *F*.

Itaq; angulus novus z*XE* minor erit quam z*Xy* & multo minor quam angulus z*Xy* remotus. Et idem an-

gulus *zXy* remotus, multo major quam angulus *FXy* remotus. Sunt autem duo anguli *mXF*, *lXE* æquales uterq; angulo *zEX*. Quare si angulus *zXE* descriptus major sit angulo *zEX*, impossibile est ut duo anguli recti *mXl*, *ElX* dividantur quinquifariam. Idem ostendi potest si angulus *zEX* supponeretur major reliquo *zXE*. Sunt ergo anguli *zEX*, *zXE*, *FXy* æquales, & proinde rectæ quatuor *Fy*, *yX*, *Xz*, *zE* inter se æquales.

Secundò, si semidiametro *Ez* descripsero arcum Circuli secantem *EX* in *r*, idem demonstrabo breviter & perspicuè etiam a priore. Quoniam enim tum *EX*, *EY*, tum *Ez*, *Er* sint æquales, æquales quoq; erunt *rX*, *zy*. Ducta ergo *ry* erunt *yX*, *yr* æquales. Itaq; in triangulis *Xyr*, *Xyz* omnia erunt æqualia. Ergo anguli *yXz*, *Xyr* sunt æquales; item anguli *yXr*, *yrX* sunt æquales. Sed anguli *yXz*, *zEX* ostensi sunt æquales. Quare anguli ad *X* & *E* trianguli *zEX* sunt æquales; & propter eandem causam anguli ad *F* & *X* trianguli *yFX* sunt æquales; item quatuor rectæ *Ez*, *zX*, *Xy*, *yF* sunt æquales.

Quia ergo est ut *FX* ad *Xz* ita *Xz* ad *zy*, sive *zE* ad *zy*, erit componendo ut *FX* sive *Fz* plus *zy* ad *Ez* plus *zy*, id est *Fz* ita *Fz* ad *zE*.

Inventa est ergo *EX* (juxta *Def*. 3. *El*.6.) segmentum rectæ *EF* vel *AB* sectæ extrema & media ratione.

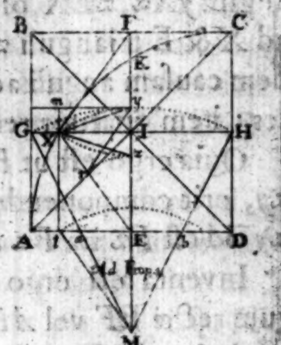
Animad. *Paradoxum est. Neq; Euclides, neq; quisquam alius hoc docuit. Segmentum majus lateris extrema & media ratione secti, eam esse lineam rectam*

quæ

quæ dimidium lateris connectit cum tertia parte inscripti quadrantis quis unquam cogitavit? Segmentum illud omnes hactenus designaverunt hoc modo. Producatur recta IE in M, ita ut IE, EM sint æquales, & IM æqualis lateri. Deinde centro M, radio MH, vel MG descriptus arcus circuli abscindet ab EF partem ejus (puta Ey) æqualem majori segmento. Sed quod ea rectæ EX æqualis sit, nusquam dicunt. Cave ergo Lector ne in re incerta nimium temerè credens pro veris, veris propinqua tantum sumas. Examina demonstrationem, & confer cum numeris veris, vel surdis, vel consule Algebristas.

Cor. Patet hinc angulum utrumvis ad X & *y* trianguli E X*y* duplum esse anguli ad E vel F. Nam ostensum est utrumq; angulum *y*X*z* æqualem esse angulo *z*EX.

Consectarium. Sinus versus 30 grad. Nempe *EX* vel *Al* una cum differentia inter majus segmentum & semilatus, nempe *Iy* æqualis est quartæ parti lateris *AD*. Cum enim ME, E*l* æquales sint EI, XI utraq; utriq; erit M*l* æqualis EX. Divisis ergo *AE*, *ED* bifariam in *a* & *b*, erit *ba* æqualis EI. Quare *al* æqualis est *Iy*; & ambæ simul *Al* & *la* æquales sunt *Aa* quæ est quarta pars lateris *AD*.

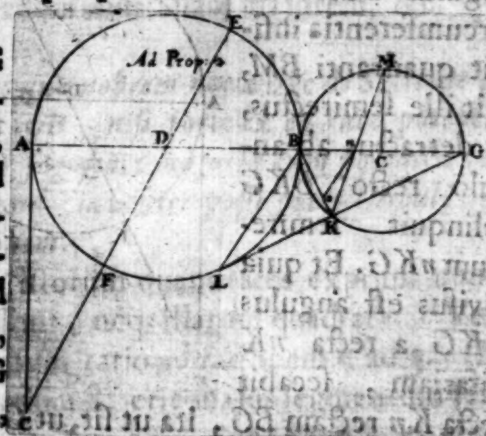


PROP.

Prop. II.

DAto uno segmento rectæ divisæ extrema & media ratione invenire alterum.

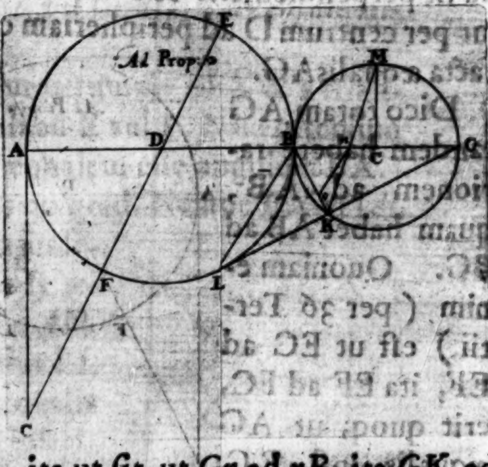
Sit data recta AB segmentum majus rectæ cujuscunq; Secetur AB bifariam in D. Et centro D, intervallo AD describatur circulus AFBE. Deinde ad punctum A erecta sit perpendicularis AC æqualis datæ AB. Et ducatur per centrum D ad peripheriam concavam CE, cui sit facta æqualis AG.



Dico totam AG eandem habere rationem ad AB, quam habet AB ad BG. Quoniam enim (per 36 Tertii) est ut EC ad EF, ita EF ad FC, erit quoq; ut AG æqualis ipsi EC, ad AB æqualem ipsi EF, ita AB ad BG æqualem ipsi FC. Quare (per definitionem extremæ & mediæ rationis) recta AG divisa est extrema & media ratione in puncto B.

Rursus sit BG segmentum minus cujuscunq; rectæ. Secetur BG data bifariam in C. Et centro C, intervallo

CB describatur Circulus BMG. In cujus circumferentia sumpto quadrante BM, ducatur per punctum *n* recta MK ita ut B*n* sit tertia pars datæ BG. Deinde ducantur BK & GK; & sumpta in BK parte B*o* quæ rectæ B*n* sit æqualis, ducatur *on*; cui parallela ducta sit BL secans GK productam in L. Postremò erigatur perpendicularis ad GL in puncto L, quæ secet GB productam in D. Centro D, intervallo DB describatur Circulus BLA. Dico GA esse ad AB ut AB ad BG.



Quoniam enim angulus *BMK* in circumferentia insistit quadranti *BM*, erit ille semirectus, & detractus ab angulo recto *BKG* relinquit semirectum *nKG*. Et quia divisus est angulus *BKG* a recta *nK* bisariam, secabit recta *Kn* rectam *BG*, ita ut sit, ut *Gn* ad *nB*, ita *GK* ad *KB* (per 3 sexti). Sed est *Gn* per constructionem dupla *Bn*. Itaq; & *GK* est dupla KB. Et quoniam ponitur *Bo* æqualis *Bn*, erit angulus *onB* æqualis angulo B*on*. Et quoniam parallelæ sunt *no* & BL erit angulus LBD æqualis angulo *on*B. Item, quia parallelæ sunt perpendiculares LB & *no*, erunt anguli DLB & B*on* æquales.

Sunt

Sunt autem B*on* & B*no* æquales. Itaq; *D*L*B* & B*no* sunt æquales. Sed B*no* & DB*L* sunt æquales. Ergo *D*L*B* & DB*L* sunt æquales. Ergo & rectæ *DL*, *DB* illis subtensæ sunt æquales. Itaq; Circulus descriptus intervallo DB transibit per punctum *L*. Et quia *DL* perpendicularis est ad *GL* tanget *GL* Circulum B*LA* in *L*. Erit ergo (per 36 tertii) ut GA ad *GL*, ita GL ad GB. Est autem AB ipsi *GL* æqualis. (Nam cum *GK* dupla sit BK erit & *GL* dupla rectæ *LD*). Ejusdem autem dupla est recta BA, & proinde æqualis rectæ *GL*. Itaq; erit quoq; ut GA ad AB, ita AB ad BG, & per consequens rectæ datæ addidimus aliam majorem, &c. quod erat faciendum.

An. *Non video quamobrem nova hæc de Sectione proportionali excogitavit, nisi forte ex eo quod potentiam (non ante notam) segmenti majoris cum potentia semidiametri comparando inveniri posse putet Circuli quam quærit magnitudinem.*

Segmentorum istorum quantitates exprimi numeris accuratè non possunt; neq; illarum quadrata. Verùm prope accedit earum ratio ad rationem 5 ad 3. Nam si latus AB sit partium 8, erit majus segmentum ferè 5, & minus segmentum ferè $3\frac{1}{5}$. Sunt enim 8, 5, $3\frac{1}{8}$ continuè proportionales; sed faciunt lineam majorem quam est recta AG tanto quanta est octava pars partis vicesimæ quintæ ipsius AB; adeo ut differentia totius & majoris segmenti sui, major aliquanto sit quam tres octavæ partes totius lateris, & segmentum majus minus

quam

quam [illegible]; sed quanto minus in angusto diagrammate non facile discerni potest. Item quia segmentum illud majus subtendit duas quintas partes quadrantis AC, non facile distingui poterit differentia segmenti ab arcu quem subtendit.

Prop. III.

De Polygonis regularibus.

ANntequam doctrinæ hujus aggrediar demonstrationes, Lectorem scire velim, qualem de difficultate ejus sententiam pronunciavit insignis Geometra, Astronomus & Philosophus Johannes Keplerus.

Is in libro de Figuris Harmonicis primo, Prop. 45, sic dicit: *Heptagonus, & ab ea Figuræ omnes quarum laterum numerus est primus, extra circulum descriptione Geometrica carent; in circulo, etsi laterum quantitas est necessaria, illam tamen ignorari æquè necesse est.*

Inferius rursus hæc habet. *Nam hic versamur nos in Entibus Scientialibus & pronunciamus rectè. Quod latus septanguli est ex non Entibus, puta Scientialibus. Cum enim sit impossibilis ejus formalis descriptio, neq; igitur sciri potest a mente humana, cum scientiæ possibilitatem præcedat descriptionis possibilitas. Neq; scitur a mente omniscia actu simplici æterno, quia natura sua est ex impossibilibus.*

Etiam

Etiam adhuc inferiùs. *Itaq; nullum unquam regulare septangulum a quoquam constructum est sciente & volente, & ex proposito agente ; nec constrni potest ex proposito. Sed benè fortuito constrni posset ; & tamen ignorari necesse est sitne constructum an non.*

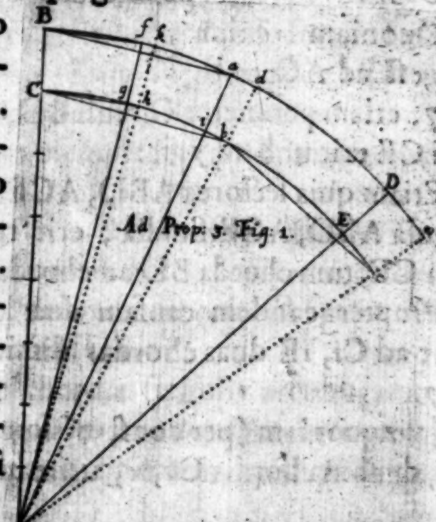
Hæc qui vera esse crederet, latusq; Heptagoni invenire conaretur, arrogantem dixeris Lector an insanum ? Sed ego nec vera, nec modesta, nec pia esse credo.

Deinde de eo quod ad hanc rem conferre videatur posse Algebra, sic scribit. *Concludimus igitur, Analyses istas Cossicas alienas esse a præsenti contemplatione, nec ullam constituere gradum scientiæ.*

Equidem id credo ; & quia fortuitò construi posse concedit ; & Clavius constructionem mechanicam aliquam ejus indicat, doctrinam hanc aggrediar, & primo loco constructionem Heptagoni.

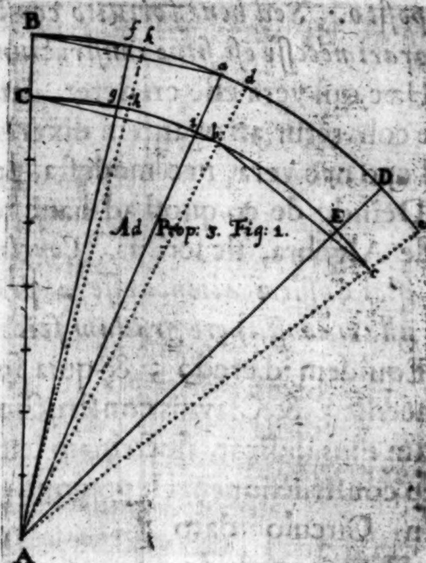
In Circulo dato Heptagonum describere regulare.

Secetur recta quæcunq; AB in octo partes æquales, quarum AC sit septem. Tum Centro A, semidiametris AB, AC describantur duo Circuli. Deinde sumatur perimetri Circuli



exterioris (quod facile factu est) pars octava BD, ducaturq; AD secans circulum interiorem in E, quæ abscindet partem ejus CE octavam.

Secetur arcus BD bifariam in *a*, ducanturq; chordæ B*a*, *a*D. In arcu autem CE applicetur recta C*b* æqualis B*a*, & rursus *bc* æqualis eidem B*a* sive *a*D; nam sunt æquales.



Dico ductam rectam C*c* esse latus Heptagoni in Circulo CE.

Quoniam enim AB est ad AC ut 8 ad 7, etiam perimeter Circuli BD ad perimetrum Circuli CE erit ut 8 ad 7.

Etiam quia sectores ABD, ACE sunt similes, & triangula ABD, ACE similia, erit tum arcus BD ad arcum CE, tum chorda BD ad chordam CE ut 8 ad 7.

Propter eandem causam duæ chordæ B*a*, *a*D, erunt ad C*i*, *i*E duas chordas dimidiati arcus CE ut 8 ad 7.

Jam quoniam (per constructionem) tum chordæ B*a*, *a*D, duabus chordis C*b*, *bc*, utræ utrisq; & inter se sunt

æquales,

æquales, erunt & illæ chordæ ad duas chordas dimidii arcus CE ut 8 ad 7: & propterea etiam arcus Cc ad arcum CE ut 8 ad 7. Ductis etiam A*b*, A*c*, & perductis ad circumferentiam exteriorem in *d* & *e*, duæ chordæ B*d*, *de* erunt ad duas chordas B*a*, *a*D, sive C*b*, *bc*, ut 8 ad 7.

Rursus secetur arcus B*a* bifariam in *f*, ducaturq; A*f* secans arcum *CE* in *g*, ducanturq; chordæ *Bf*,*Cg*. Similiter secetur arcus *Bd* bifariam in *k*. Ducta ergo *Ak* secante arcum *CE* in *h*, erit chorda *Bk* ad chordam *Ch* ut 8 ad 7. Et per consequens, quatuor chordæ *Ch* ad quatuor chordas *Cg* ut 8 ad 7. Similiter si duo arcus *Ch* & *Cg* bisecentur, & eorum bisegmenta in infinitum, eorum chordæ singulæ ad singulas, erunt in ratione 8 ad 7. Sed chordæ sic sumptæ in quovis arcu infinities, sunt (omnes simul) ipse arcus. Quare arcus *Cc* est ad arcum *CE* ut 8 ad 7. Et arcus *Cc* est septima pars totius perimetri per *C*. Ergo ducta recta *Cc* est latus Heptagoni in circulo per C.

Ducta autem A*e* abscindit septimam partem perimetri per B.

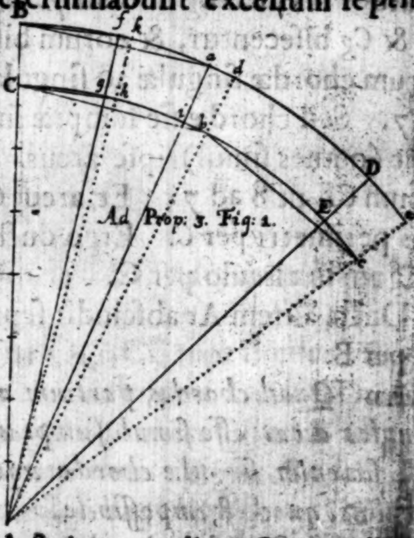
An. *Quod chordas partium arcus infinities sumptas æquales dicat esse simul sumptas ipsi arcui, incredibile est; sic enim singulæ chordæ æquales deberent esse suis arcubus, quod est impossibile.*

Nam si singulæ chordæ singulis arcubus quos subtendunt non sunt æquales, possunt illi arcus singuli & eorum bisegmenta rursus bisecari; quod est contra suppo-

posi-

tum. Inventum ergo est latus Heptagoni; quod est propositum.

Consectarium 1. Ex hac demonstratione apparet methodus inveniendi partem septimam anguli dati. Nam ad arcus dati utrumq; terminum si a centro circuli ducantur lineæ rectæ, deinde semidiameter secetur octofariam, sumanturq; a centro partes ejus septem descripto inde circulo, erit arcus major ad minorem ut 8 ad 7. Quare duo arcus majoris bisecti ad duos arcus minoris bisecti erunt ut 8 ad 7. Etiam eorum chordæ erunt ut 8 ad 7. Itaq; duæ chordæ majoris ad arcum minorem applicatæ determinabunt excessum septimæ partis minoris perimetri supra partem octavam ejusdem perimetri. Manifestum enim est arcum E*c* esse septimam partem arcus C*c*. Nam sive arcus dividendus sit septima pars perimetri, sive major, sive minor, demonstratio erit semper eadem.



Consect. 2. Arcus descriptus radio BC æqualis est octavæ parti perimetri circuli cujus radius est AB & pars septima perimetri per AC, & pars sexta perimetri per punctum sextum rectæ AB &c. Ex-

Experiamur methodum hanc nostram in Polygonis notis, & videamus an per illam ex Tetragono (id est quadrato) inveniri potest Trigoni latus.

Describatur centro A Circulus BCD, cujus BD sit quadrans. Ducta ergo chorda *BD* est in eo Circulo latus Tetragoni.

Centro eodem A, semidiametro AE, quæ sit ad AB ut 3 ad 4; describatur Circulus EFG. Erit ergo Circulus per B ad Circulum per *E* ut 4 ad 3.

Secetur quadrans *BD* bifariam in C, ducanturq; chordæ æquales, BC, *CD*. Ducta ergo *AC* secante EG in *F*, erit arcus *EF* pars octava perimetri per *E*, & æquales arcui *FG*.

Ergo tum arcus tum chordæ *BC*, *CD*, erunt tum ad arcus tum ad chordas EF, *FG* ut ad 4 ad 3.

Jam a puncto *E* in Circulo per *E* applicentur *EH*, *HI* duabus chordis *BC*, *CD* utraq; utriq; æqualis. Quare duæ chordæ *EH*, *HI* sunt ad duas chordas *EF*, *FG* ut 4 ad 3, id est ut arcus *BD* ad arcum *EG*. Quare ut arcus *EI* ad arcum *EG*, ita est 4 ad 3. Ergo arcus *GI* est tertia pars arcus *EG*, id est pars duodecima totius perimetri per *E*, & arcus *EI* tertia pars perimetri ejusdem. Demonstratio eadem est quæ de Heptagono. Ergo ducta chorda *EI* est latus Trigoni in Circulo per E.

Experiamur eandem rursus methodum ab Hexagono ad Pentagonum.

Centro A semidiametro AB describatur Circulus *BCD*; & in circumferentia ejus a puncto B applicetur chorda *BD* æqualis semidiametro AB. Ducta ergo chorda *BD* erit latus Hexagoni in circulo per B.

In semidiametro AB sumatur *AE*, quæ sit ad *AB* ut 5 ad *6*; & centro eadem A, radio *AE* describatur Circulus *EFG*. Erit ergo perimeter per *B* ad perimetrum per *E* ut *6* ad 5. Secetur BD a recta AC (secante circulum per *E* in *F*) bifariam in C; ducanturq; chordæ BC,CD; quibus æquales applicentur in circulo per *E*, chordæ *EH*, *HI*.

Sunt ergo duæ chordæ *EH*, *HI* ad duas chordas *EF*, *FG* ut arcus BD ad arcum EG, id est ut *6* ad 5; & arcus *EI* ad arcum *EG* ut *6* ad 5. Est ergo arcus *GI* quinta pars arcus *EG*, id est trigesima pars perimetri; & totus arcus *EI* sex trigesimæ partes (id est pars quinta) totius perimetri per *E*. Eadem est demonstratio quæ in Heptagono. Ducta ergo chorda *EI* est latus Pentagoni in Circulo per *E*.

Cor. Potest ergo inveniri latus Pentagoni sine ope sectionis semidiametri in extremam & mediam rationem.

An. *Concinna quidem hæc ſunt ; ſed caveat Lector concinnitas iſta ne fraudem ferat, adeatq; ſi ſapit, examen illud accuratiſſimum, Arithmeticam ſpecioſam.*

Cor. 2. Ut ab exteriore Circulo ad interiorem hactenus proceſſit demonſtratio, ita procedet etiam ab interiore, ut ex Trigono dato, inveniatur Tetragonum, Pentagonum ex Tetragono; Hexagonum ex Pentagono, & ſic deinceps. Dato enim latere Pentagoni EI, dantur duæ chordæ EH, HI. Quare ſi diametro AE, addatur ſui ipſius pars quinta, nempe EB, & deſcribatur arcus BD, duæ chordæ EH, HI æquales erunt duabus chordis BC, CD utraq; utriq; & chorda BD latus Hexagoni in circulo per B.

Prop. IV.

De ratione curvi ad curvum in Circulorum circumferentiis.

1° Circulus ut a ſemidiametro deſcribitur circini altero pede fixo, altero circumducto, ita etiam deſcriptus intelligi poteſt a linea recta data uniformiter flexa, id eſt ſecundum angulos ſemper æquales. Qua quidem flexione, ſi anguli ſumantur numero infiniti, deſcribetur Circulus. Circulus enim ſua natura nihil differt a Polygono laterum numero infinitorum. Flexio

autem

autem eſt diſceſſio a rectitudine ſecundum angulum aliquem, id quod eſt Curvedo.

2° Curvedinum autem alia major alia minor eſt; & propterea curvedo eſt quantitas, pertinetq; ad Subjectum Geometrarum, & maximè illorum qui ſcribunt de Magnitudine Circuli & inſcriptione in Circulo Polygonorum; Quanquam de hac re nihil nobis traditum ſit a veteribus.

3° Quam rationem habet in eodem Circulo, angulus in circumferentia ad angulum in circumferentia, eandem habet curvitas majoris arcus ad curvitatem minoris. Cum enim curvedo nihil aliud ſit quam deflexio (per angulum in circumferentia) a rectitudine, neceſſe eſt ut major angulus faciat majorem curvedinem. Ex quo ſequitur curvitates arcuum in eodem circulo eſſe inter ſe ut anguli.

4° In diverſis circulis curvedo majoris perimetri minor eſt curvedine minoris, in ratione Radii ad Radium, ſive diametri ad diametrum reciproca. In magno enim Circulo, ut in maximo circa terram Circulo curvitudo ad multa ſtadia diſcerni nulla poteſt; in annulo ubiq; cernitur; in mediis ergo minores habent curvitatem majorem, idq; propter hanc ipſam cauſam quod diameter minor eſt. Id quod lumine naturali manifeſtum eſt.

5° Eadem chorda aliqua (ſi ratio arcus in circumferentia ad perimetrum & radii ad radium ſit eadem) majorem portionem ſubtendit perimetri ſuæ; quam

peri-

perimetri majoris, pro ratione majoris perimetri ad minorem. Causa enim quare eadem recta majorem subtendit partem minoris perimetri quam majoris, unica & essentialis est minoris major curvitas. Itaq; si curvitas in semicirculo (in semicirculo dico, quia curvitas perimetri alterius contraria procedit via; & propterea subtensæ arcuum quæ cum ipsis simul crescebant, ultra semicirculum decrescunt) minoris arcus ad curvitatem majoris sit ut 8 ad 7, chorda quæ subtendit partem octavam majoris, subtendet partem septimam semiperimetri minoris.

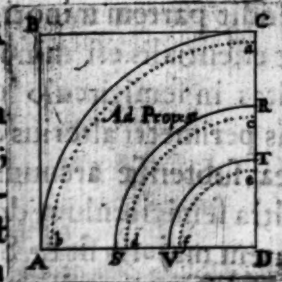
6° Itaq; etiam angulus in circumferentia perimetri minoris (quia subtensæ sunt æquales) erit ad angulum in majore perimetro ut perimeter major ad minorem.

Prop. V.

Media proportionalis inter semidiametrum Circuli & ejusdem duas quintas æqualis est duabus quintis quartæ partis Circuli.

Describatur quadrans Circuli DAC, & compleatur quadratum ABCD. In latere DC signetur DT duæ ipsius quintæ; & inter DC & DT sumatur media proportionalis DR; & describantur

arcus RS, TV quadrantales. Eſt ergo arcus TV duæ quintæ arcus CA.



Dico arcum TV & rectam DR eſſe æquales.

Quoniam eſt ut *DC* ad *DR*, ita arcus CA ad arcum RS; erit quoq; ut *DC* ad *DR*, ita arcus quadrantalis deſcriptus radio *DC* (id eſt arcus CA) ad arcum deſcriptum radio RS extenſo in rectitudinem. Quod fieri non poteſt, niſi arcus deſcriptus ab arcu RS extenſo in rectitudinem ſit ipſe arcus CA.

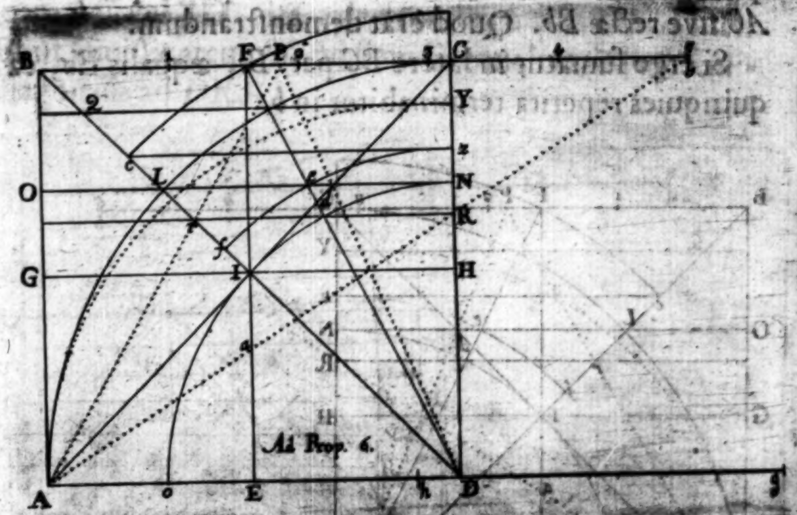
Supponatur enim arcus RS æqualis rectæ *Da*; & deſcribatur arcus quadrantalis *ab*. Quoniam igitur eſt ut arcus CA ad rectam *Da*, ita *DC* ad *DR*; fiat ut *DC* ad *DR*, ita *Da* ad *Dc*, quæ neceſſariò cadet infra *R*; deſcribaturq; arcus quadrantalis *cd*. Quoniam ergo eſt ut *DC* ad *DR*, ita *DR* ad *DT*, fiat quoq; ut *DR* ad *DT*, ita *Dc* ad *De*. Quare punctum *e* cadet infra T. Deſcribatur arcus quadrantalis *ef*.

Quoniam ergo tres arcus CA, RS, TV habent eandem inter ſe rationem quam habent inter ſe tres arcus *ab*, *cd*, *ef*; erit recta *Dc* media proportionalis inter rectam *Da* & duas quintas ejuſdem, nempe minor quam *D*R contra ſuppoſitum. Non ſunt ergo arcus *RS* & recta *Da* æquales.

Idem ſequeretur ſi D*a* ſuppoſita eſſet major quam DC. Æquales ergo ſunt arcus RS, & recta DC; & per

per consequens arcus TV, id est duæ quintæ arcus CA & recta DR sunt æquales. Id est, media proportionalis inter semidiametrum & duas ejus quintas æqualis est duabus quintis quartæ partis Circuli circumferentiæ. Quod erat demonstrandum.

Prop. VI.



Ad Prop. 6.

Describatur quadratum ABCD, & secetur tum ab EF, GH, tum a Diagonalibus AC, BD (concurrentibus in centro I) quadrifariam.

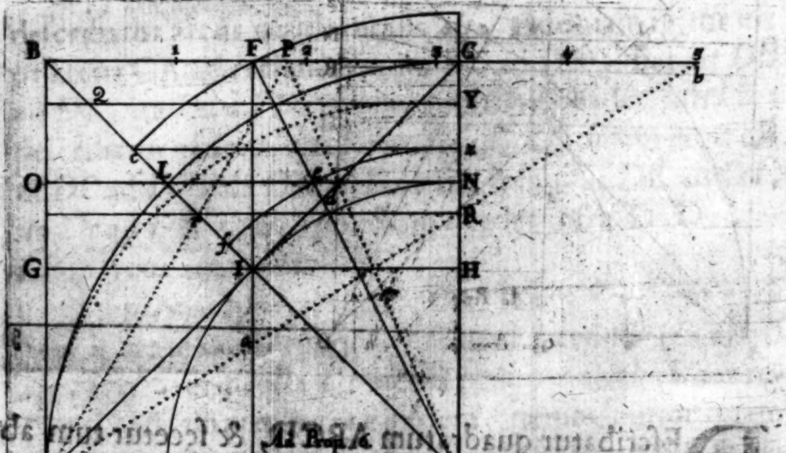
Deinde inter DC & ipsius duas quintas sumatur media

Ad proportionalis DR; & juncta AR secans EF in *a*, producatur donec occurrat lateri BG producto in *b*.

Dico rectam Bb quintuplam esse rectæ Ea sive quintæ partis arcus AC.

Quoniam similia sunt triangula *ADR*, *ABb*, & arcus quadrantis descripti a *DR* est æqualis lateri *DC*, sive *AB*, erit quoq; arcus descriptus ab *AB* æqualis rectæ *Bb*. Cum ergo *DR* sit duæ quintæ arcus *AC*, & per consequens, *Bb* quinq; quintæ, erit *Bb* quintupla rectæ *Ea*, quæ, cum sit dimidia rectæ *DR*, est quinta pars arcus *AC* sive rectæ *Bb*. Quod erat demonstrandum.

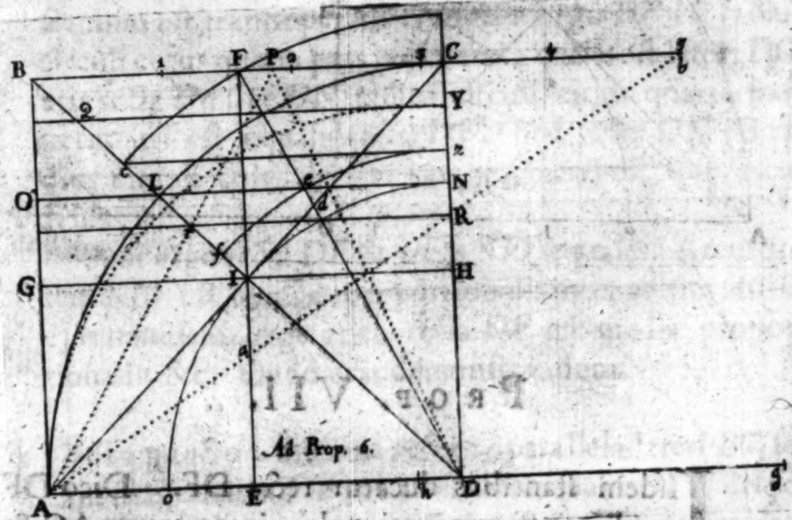
Si ergo sumatur in latere *BC* pars *Bi*, æqualis *Ea*, ea quinquies repetita terminabitur in *b*.



Scho-

Scholium.

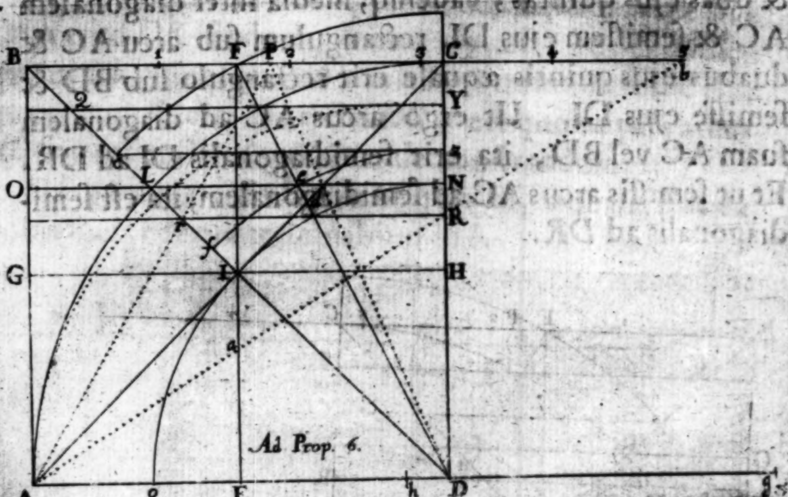
Si duæ rectæ quæcunq; mediam habeant inter se proportionalem quæ sit æqualis lateri AB; erit ut arcus AC ad unam earum, ita reciprocè reliqua earum erit ad duas quintas ipsius arcus AC. Exempli causa, quia latus AB est media proportionalis inter arcum AC & duas ejus quintas; eademq; media inter diagonalem AC & semissem ejus DI, rectangulum sub arcu AC & duabus ejus quintis æquale erit rectangulo sub BD & semisse ejus DI. Ut ergo arcus AC ad diagonalem suam AC vel BD, ita erit semidiagonalis DI ad DR. Et ut semissis arcus AC ad semidiagonalem, ita est semidiagonalis ad *DR*.



 Con-

Consect.

Apparet hinc magnitudo octantis totius perimetri. Nam si rectæ DR addatur Rz pars ipsius quarta, erit tota *Dz* quinq; decimæ, id est semissis arcus AC. Cum enim *D*R sit duæ quintæ, id est quatuor decimæ, erit Dz, quinq; decimæ.



Ad Prop. 6.

Prop. VII.

Isdem stantibus ducatur recta DF. Dico DF mediam esse proportionalem inter arcum AC & ipsius semissem.

Duca-

Ducatur recta Rr parallela lateri BC, secans diagonalem DB in r & DF in d. Quoniam ergo DF secat latus BC bifariam in F, secabit Dd rectam Rr bifariam in d. Ducatur LN parallela eidem lateri BC, secans DF in e, & latus DC in N. Erunt ergo æquales DN & NL, & utraq; earum æqualis semidiagonali DI; & NL erit divisa bifariam in e.

Quoniam ergo, per Scholium propositionis præcedentis *Dz*, *DN*, *DR*, sunt continuè proportionales, si radio *Dz* descriptus sit arcus *zf*, secabit ille rectam NL in *e*; item si radio *DN* describatur arcus circuli NI, secabit ille rectam *Rr* in *d*.

Describatur jam arcus quadrantalis NIO, qui, ut ostensum est, transit per *d*. Quoniam ergo *DR* est radius circuli cujus quarta pars perimetri æqualis est lateri *DC*, erit recta *Dd* sive *DN* radius circuli cujus quarta pars perimetri est æqualis rectæ *DF*. Sed recta *DN* est radius circuli cujus quarta pars perimetri est ipse arcus *NIO*.

Sunt ergo recta *DF* & arcus *NIO* æquales. Arcus autem *NIO* est medius proportionalis inter arcum *AC* & ejus semissem, ergo etiam recta *DF* est media proportionalis, &c. Quod erat demonstrandum.

Cor.

Si a puncto *z* ducatur recta *zc* parallela lateri *BC*, secans diagonalem *DB* in *c*; erit *Dc* æqualis *DF*. Erit enim *Dc* media proportionalis inter duplam & simplam *Dz*. Est autem *Dz* ostensa æqualis dimidio arcui *AC*.

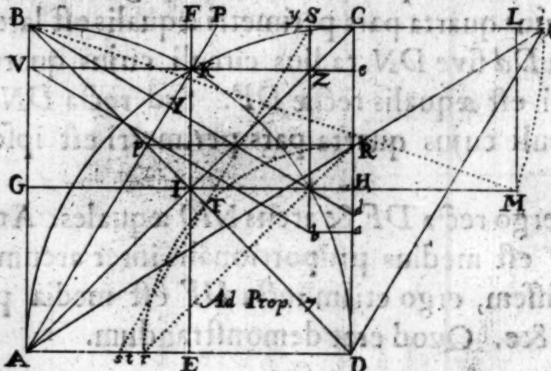
Con-

Consect. 1.

Arcus *AC*, id est recta *Bb* est media proportionalis inter latus *DC* & quintuplam semilateris *BF*. Cum enim duæ quintæ lateris *DC*, recta *DR*, quinq; quintæ lateris *DC* sint continè proportionales; si proportio continuetur, erunt *DR*, *DC*, & media proportionalis inter DC & quintuplam semilateris *BF* continuè proportionales. Itaq; *Bb* æqualis est rectæ quæ potest decem semilatera. Unde etiam sequitur arcum quadrantalem descriptum ab arcu *AC* extenso in rectitudinem, quintuplam esse semilateris.

Consect. 2.

Iisdem stantibus, lateri AD adjiciatur in directum



Dg

Dg æqualis rectæ Dz, id est arcui CL; deinde secta tota *Ag* bifariam in *h*, centro *h*, radio *h*A, vel *hg* describatur arcus circuli AY secans latus *DC* in *Y*. Erit ergo *DY* media proportionalis inter latus *DC* & *Dz*. Ductâ ergo rectâ *YQ* parallela lateri *BC* secante diagonalem *DB* in *Q*, erit *YQ* latus quadrati (per demonstrata ab Archimede) æqualis Sectori *DCL*, sive octanti totius circuli descripti semidiametro DA.

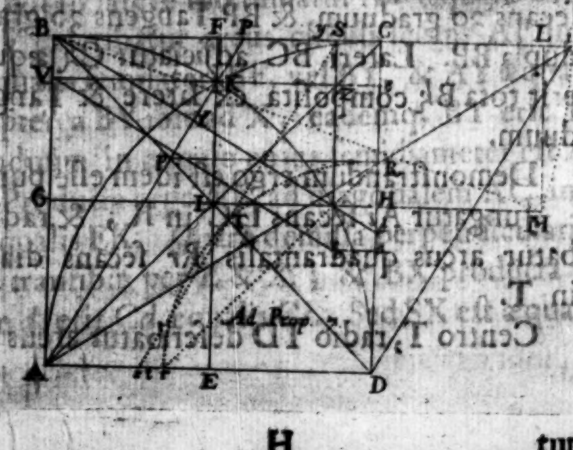
Animad. *Non ergo transibit YQ per intersectionem rectæ DF & arcus CL, ut ille supposuit. Nam id refutatum satis est ab Wallisio; quia si ita esset, recta Dz quam hic æqualem esset dicit arcui CL, æqualis esset quatuor quintis lateris; ut ille demonstravit.*

Consect. 3.

Sequitur hinc arcum AC æqualem esse compositæ ex latere BC & Tangente 30 graduum.

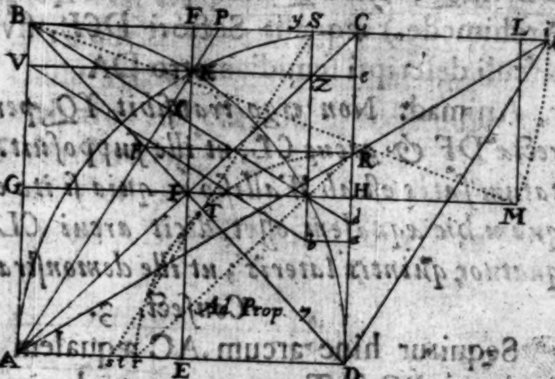
Quoniam enim *DC* est media proportionalis inter arcum *AC* & *DR*; si ad *DR*, & *DC* assumatur tertia proportionalis, erit illa æqualis lateri *BC* una cum Tangente 30 graduum. Sed renovandum est diagramma.

Sit ergo ABCD quadratum divisum quadrifariam tum a rectis EF, GH



tum a diagonalibus AC, BD concurrentibus in I. Ducantur quoq; arcus quadrantales AC, BD secantes EF, GH in K & X.

Sumantur in productis BC, GH, rectæ CL, HM, utraq; semilateri æqualis, jungaturq; BM. Ducta ergo BM, illa ut semidiametro describatur arcus circuli secans BC productam in *i*. Quoniam igitur BL potest novem semilatera, & LM



unum, poterit BM, id est B*r* decem semilatera, & proinde B*r* est æqualis arcui *AC* vel *BD*.

Ducta AK & producta ad latus BC in P, erit AP secans 30 graduum, & BP Tangens 30 graduum; & AP dupla BP. Lateri BC adjiciatur C*k* æqualis BP; & erit tota B*k* composita ex latere & Tangente 30 graduum.

Demonstrandum ergo est idem esse punctum *i* & *k*.

Jungatur A*i* secans DC in R; & radio DR describatur arcus quadrantalis R*r* secans diagonalem BD in T.

Centro T, radio TD describatur arcus circuli secans BC

 tum

BC in S, & producatur ST ad latus AD in *s*. Sunt ergo DR, DT, TS æquales.

Quoniam autem AB est media proportionalis tum inter AP & EK, tum inter B*i* & *DR*, tum etiam inter diagonalem *BD* & semissem ejus CI, erit ut B*i* (sive arcus AC) ad *BD*, ita CI ad *DR* sive ST. Atq; etiam ut BD ad AP, ita reciprocè EK ad DR vel ST. Quare si sumatur in latere BC recta quædam æqualis EK, puta recta B*y*, & inde ad latus AD ducatur *yt* parallela AP, erit ut B*i* ad *yt*, ita B*y* ad ST. Quare recta *yt* transibit per T, & erit *y*T æqualis ST. Quod est absurdum. Est ergo BS æqualis EK, & S*s* æqualis AP. Quia igitur AP est æqualis D*k*, erit D*k* parallela S*s*. Ut ergo B*k* ad D*k*, ita est BS ad ST. Sunt ergo B*i* & B*k* æquales. Quod erat propositum.

Consect. 4.

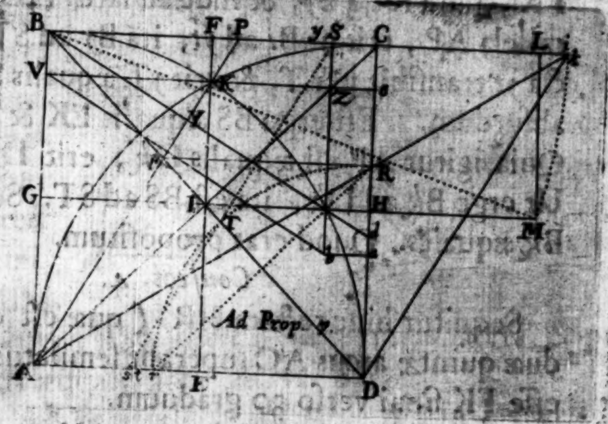
Sequitur hinc rectam HR (quæ est differentia qua duæ quintæ arcus AC superant semilatus DH) æqualem esse FK sinui verso 30 graduum.

Nam si in latere AB sumatur AV æqualis EK; & radio AV describatur arcus circuli secans AP in Y, erit VY æqualis semilateri BF, vel BY, & AY æqualis AV; & propterea BY ibit ad X, eademq; BY erit Tangens 30 graduum in circulo cujus semidiameter est AV sive EK. Productâ ergo VK ad diagonalem AC, in Z, erit VZ æqualis EK. Quare demissa perpendicularis a puncto S transibit per Z & X; & BX producta ad latus DC in *d*, erit C*d* æqualis C*i*. Sed SX est æqualis semi-

lateri; & proinde ZX æqualis KZ.

Sumatur in latere CD recta C*a* æqualis DR, ducaturq; *ab* parallela lateri BC, secans ZX productam in *b*, jungaturq; V*b*. Quoniam ergo est ut B*i* (id est BC plus tangente C*i*) ad secantem B*d*, ita BS, ad DR, id est ad Z*b*; & ut BC ad C*d* Tangentem, ita VZ ad SX, si in VX producta sumatur Z*b* æqualis SX, erit Z*b* Tangens 30 graduum in arcu descripto ab VZ.

Juncta ergo V*b* erit æqualis lateri BC. Et quia Z*b* est Tangens 30 graduum in Circulo cujus Radius est VZ, & C*d* Tangens



30 graduum in circulo cujus Radius est AB, erunt B*d*, V*b* parallelæ, & juncta V*b* æqualis lateri BC; & BC plus C*d* æqualis rectæ B*i*.

Quoniam ergo est ut BC plus C*d* (id est B*i*) ad B*d*, ita VZ ad *DR*; & ut eadem *Bi* ad *Vb*, ita *Vb* ad *DR*, erit Z*b* æqualis ipsi *DR*. Nam hi duo analogismi in alio puncto rectæ SX nullo modo constitui possunt.

Ablatis ergo æqualibus *DH* a *DR*, & Z*b* ab S*b*, restant æquales HR, SZ. Sed SZ æqualis est FK. Quare HR, FK sunt æquales.

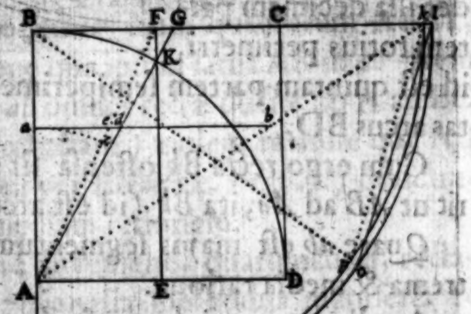
Cor.

Cor. Juncta *Rr* transibit per X.

Sequitur etiam hinc (producta *VZ* ad *DC* in *e*) rectam *Re* duplum esse differentiæ inter GB semilatus & majus segmentum divisæ AB extrema & media ratione. Nam (per *Cor. Prop.* hujus primæ) quarta pars lateris *AB* vel *DC* æqualis est rectæ *FK* una cum differentia inter semilatus & majus segmentum lateris. Quare dimidium lateris, id est *ae*, æqualis est duplæ *FK*, & duplæ differentiæ inter majus segmentum lateris & semilatus. Sed *a*R est dupla FK; quare R*e* est dupla differentiæ inter majus segmentum lateris & semilatus.

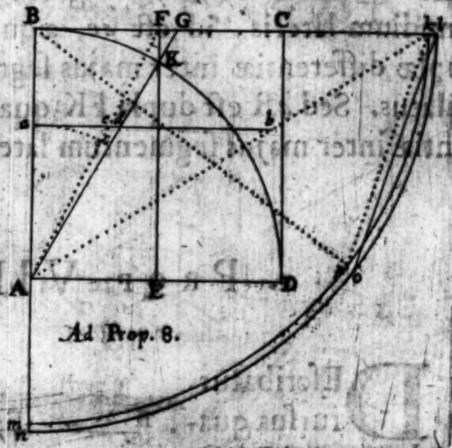
Prop. VIII.

DEscribatur rursus quadratum ABCD, & arcus quadrantalis BD; & lateri BC adjiciatur C*k* æqualis Tangenti 30 graduum; ducaturq; recta A*k*. Deinde in latere AB sumatur A*a* æqualis rectæ A*c* factæ se-



gmento majori lateris AB (divisi extrema & media ratione) æquali. Postremò ducatur *ab*, parallela lateri BC secans A*k* in *b*.

Dico rectam *ab*, subtensuram esse duas quintas arcus quadrantalis *km* descripti semidiametro B*k*, & duas illas quintas æquales esse lateri AB.



Quoniam enim A*a* est majus segmentum lateris BC divisi extrema & media ratione, ea latus est Decagoni in Circulo cujus semidiameter est AB (Per *Elem*. 14. *Prop*. 4.) & subtendet illa decimam partem totius perimetri, id est quintam partem semiperimetri, id est duas quintas arcus BD.

Cum ergo recta B*k* ostensa sit æqualis arcui *BD*, erit ut *AB* ad *Aa*, ita *Bk* (id est arcus *BD*) ad *ab*.

*Q*uare *ab* est majus segmentum rectæ *Bk* divisæ extrema & media ratione.

Applicetur arcui *km* recta *kp* æqualis *ab*. Erit ergo arcus *kp* duæ quintæ arcus quadrantalis *km*. *Q*uod est primum. Sed arcus *km* (per *Corol*.4. *Prop*. 7.) æqualis est quinq; semilateribus quadrati ab AB. *Q*uare arcus

cus *kp* æqualis est ipsi lateri AB. Quod restabat demonstrandum.

Consectarium.

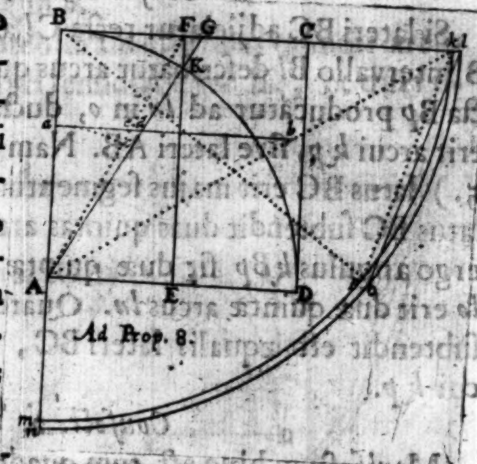
Si lateri BC adjiciatur recta C*l* æqualis *ab*, & centro B, intervallo B*l* describatur arcus quadrantalis *ln*, & juncta B*p* producatur ad *ln* in *o*, ducta chorda *lo* æqualis erit arcui *kp*, sive lateri AB. Nam (per *Elem.* 13. *Prop.* 5.) latus BC erit majus segmentum totius *Bl*. Quare latus BC subtendit duas quintas arcus totius *ln*. Cum ergo angulus *kBp* sit duæ quintæ anguli *kBm*, etiam *lo* erit duæ quintæ arcus *ln*. Quare recta *lo* quæ illum subtendit est æqualis lateri BC, eademq; æqualis arcui *kp*.

Consect. 2.

Manifestum hinc est, tum quadratum ipsum ABCD, tum omnes rectas ab A centro ad latus BC (si opus sit productum) secari ab *ab* (si opus sit producta) in extremam & mediam rationem. Nam quadratum ABCD dividitur eadem ratione qua ipsum latus AB in *a*. Item dividuntur ab eadem *ab* omnes rectæ ductæ ab A ad BC (quando opus est productam) eadem ratione qua AB dividitur in *a*. Quare (per *Elem.* 14. *Prop.* 2.) dividuntur in extremam & mediam rationem.

Cor. Apparet hinc inveniendi quarumcunq; rectarum segmenta proportionalia methodus manifesta & brevissima. Exempli causa, Si quæratur majus segmentum Secantis 30 graduum. Ducatur AK, & producatur ad latus BC in G, quæ est secans 30 graduum; secet

cet ea rectam *ab* in *d*; & A*d* est segmentum majus; & residuum est segmentum minus.



Sin quæratur sectio Tangentis 30 graduum, quæ prædictæ Secantis est dimidia, & latus Cubi inscripti Circulo cujus diameter est AB, sumatur semissis ipsius A*d*, id est *ad*; ea erit segmentum majus, & reliqua pars Tangentis erit segmentum minus. Similiter, si secanda sit AF proportonaliter, ducta AF secet *ab* in *e*, & erit A*e* majus segmentum ejus, & *e*F segmentum minus; & dimidia A*e* majus segmentum dimidiæ AF.

Prop.

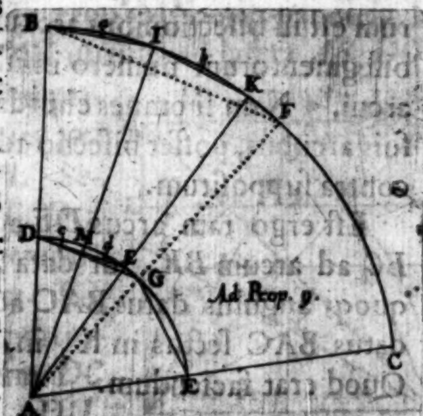
PROP. IX.

ANgulum datum ſecare in data ratione.

Sit angulus datus BAC; ſitq; ratio data AB ad AD. Deſcribatur arcus ADE; & ſecetur arcus BC biſariam in F. Quare ducta AF ſecabit quoq; DE biſariam (puta) in G. Ductæ ergo chordæ BF, DG erunt inter ſe ut rectæ AB, AD.

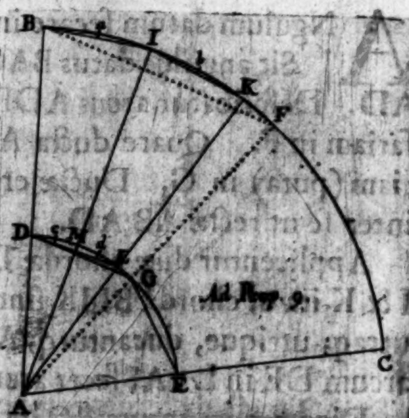
Applicentur duæ chordæ DG, GE ad arcum BF in I & K, ita ut chordæ BI, IK ſint æquales chordis DG, GE utraq; utrique, ducanturq; AI, AK, quarum AK ſecet arcum DE in L; AI ſecet arcum eundem in M.

Dico arcum totum BC ita diviſum eſſe in K, ut arcus BC (ſive angulus datus BAC) ſit ad arcum BK (ſive angulum BAK) ut recta AB ad AD.



Eſt enim chorda BK ad chordam DL ut AB ad AD. Eſt etiam ut duæ chordæ BI, IK ad duas chordas BM, ML, ita AB ad AD. Sed duæ chordæ BI, IK ſunt, per conſtructionem, æquales

duabus chordis DG,GE. Quare duæ chordæ DG,GE ſunt ad duas chordas DM,DL, ut AB ad AD. Sed ut duæ chordæ *DG*,*GE* ad duas chordas *DM*,*DL*, ita eſt totus arcus *DE* ad arcum *DL*; quod ſic oſtendo.



Si biſariam ſecentur arcus *BI* & *IL* in *a* & *b*, item arcus *DM*, *ML* biſariam in *c* & *d*;& ducantur biſegmentorum chordæ in arcu *BK*; item chordæ biſegmentorum in arcu *DL*; erunt illæ quoq; ut *AB* ad *AD*; & ſemper ita erunt ſi biſegmenta biſegmentorum procederent in infinitum. Idem quoq; verum eſt in biſectionibus arcuum *KC*,& *LE*. Sed chordæ biſegmentorum numero infinitorum æquales ſunt ipſi arcui. Nam ſi omnes chordæ minores eſſent omnibus ſuis arcubus, poſſet biſectio adhuc procedere; quod eſt contra ſuppoſitum.

Eſt ergo tam arcus *DE* ad arcum *DL*, quam arcus *BC* ad arcum *BK*, ut data *AB* ad datam *AD*, & ita quoq; angulus datus BAC ad BAK. Eſt ergo angulus datus BAC ſectus in K, in data ratione AB ad *AD*. Quod erat faciendum.

PROP.

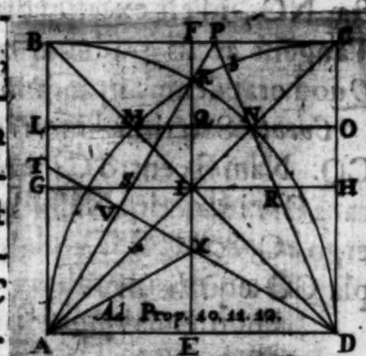
Prop. X.

De ſinubus, ſubtenſis, aliiſq; lineis in quadrante Circuli.

TAngens arcus graduum $22\frac{1}{2}$ eſt æqualis exceſſui quo diagonalis quadrati latus ſuperat.

Sit quadratum ABCD, in eoq; inſcriptus arcus quadrantalis BD ſecans diagonalem AC in N. Itaq; AN æqualis eſt lateri AB. Dico NC æqualem eſſe Tangenti arcus $22\frac{1}{2}$.

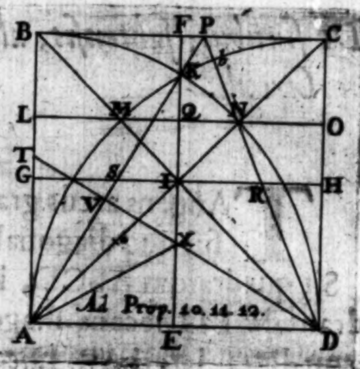
Deſcribatur arcus quadrantalis AC ſecans diagonalem *DB* in M. Ducta ergo MN erit parallela lateri BC; & producatur MN utrinq; ad latera *AB*, *DC* in L & O. Erit ergo *DO* æqualis ſinui arcus graduum 45; ſive ſemidiagonali *DI*. Secetur quadratum *ABCD* a rectis *EF*,*GH* concurrentibus in *I*, quadrifariam. Eſt ergo *DO* media proportionalis inter latus totum *DC* & ejus dimidium *DH*. Quare ut *DC* ad *DO*, ita eſt



DO

DO ad *DH*; & ita differentia *CO* ad differentiam *OH*.

Sunt autem *CO*,*NO* æquales, propter angulos ad *C* & *N* ſemirectos. Quare *NC* poteſt duplam *CO*; etiam *CO* poteſt duplam *OH*; cum enim latus *DC* poteſt duplam *DO*, & ſunt *DC*, *DO*, *OH* continuè proportionales, poterit *CO* duplam *OH*. Sunt ergo etiam *HO*,*OC*,*NC* continuè proportionales, quia *NC* poteſt duplam *CO*.



Ducatur chorda *DN*; itaq; angulus *ODN* erit angulus graduum $22\frac{1}{2}$. Secet autem chorda *DN* rectam *CH* in *R*, & erit *HR* æqualis *HO*.

Quoniam ergo *RH*, *NO*, *NC* ſunt continuè proportionales in ratione lateris DC ad DO, producta chorda DN ad latus *DC* in *P* abſcindet partem CP æqualem rectæ NC, id eſt exceſſui diagonalis ſupra latus Quare Tangens arcus graduum $22\frac{1}{2}$ æqualis eſt exceſſui, &c. Quod erat demonſtrandum.

Corol. Sequitur hinc rectam BP æqualem eſſe duplæ CO. Nam ſi centro C, intervallo CD ducatur arcus ſecans CA in *a*, erit *a*N dupla IN, & A*a* æqualis NC. Cum ergo *a*C, & BC ſint æquales, erit quoq; *a*N, id eſt dupla CO æqualis BP.

Prop.

PROP. XI.

TAngens arcus 30 graduum una cum Tangente arcus graduum $22\frac{1}{2}$. Sunt æquales quadrati lateri BC.

Dividatur arcus MC bifariam in *b*. Erit ergo uterq; arcus C*b*, *b*M graduum $22\frac{1}{2}$, & D*b* tranſibit per N.

Eſt autem MK tertia pars, id eſt duæ ſextæ arcus CM. Cum ergo MK ſit tertia pars MC, M*b* dimidia, erit arcus MK duplus arcus K*b*.

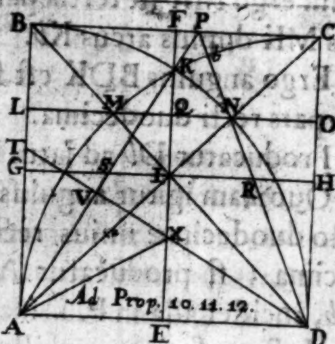
Ergo angulus BDK eſt ſexta pars anguli CDM, id eſt pars recti duodecima.

Producatur D*b* ad latus BC in P.

Quoniam igitur angulus AKD eſt duæ tertiæ, id eſt octo duodecimæ unius recti & angulus KDP una duodecima; ſi producatur AK, donec occurrat productæ D*b*, incidet illa in P. Nam ubicunq; incidit in D*b*, productam faciet cum illa angulum æqualem ſeptem duodecimis recti, propterea quod angulus KAB æqualis eſt octo duodecimis, & angulus KDP uni duodecimæ; erit enim reliquus angulus KPD ſeptem duodecimæ unius recti. Cum enim angulus CPD ſit novem, & angulus quem facit tangens 30 graduum cum ſua ſecante ſit octo, reliquus angulus erit complementum ad duos rectos, id eſt ad tres angulos BPA, APD, CPD.

Cum ergo angulus CPD sit novem, & angulus DAK octo duodecimæ, erit reliquus angulus APD septem,& omnes simul viginti quatuor duodecimæ unius recti, id est æquales duobus rectis, id est tribus angulis trianguli APD. Quare tangens 30 graduum, &c. quod erat demonstrandum.

An. *Confutata jampridem est hæc propositio ab Wallisio ex tabulis Sinuum, Secantium & Tangentium, summorum Geometrarum summa cura calculatis. Utrum Hobbio an illis credendum sit, tua Lector consideratio est.*



Ad Prop. 10. 11. 12.

Sequitur hinc BM, MN, NC, CP, KS, esse inter se æquales. Cum enim unaquæq;earum dupla sit rectæ HO vel IQ, æquales erunt inter se. Præterea BP dupla est GS. Manifestum enim est ex eo quod AB dupla est AG. Unde rursus apparet BP esse Tangentem 30 graduum. Nam AS, quæ manifestè æqualis est Tangenti 30 graduum, dupla est GS.

PROP.

Prop. XII.

Recta quæ trianguli æquilateri basem AK secat a quovis vertice bifariam, sesquialtera est Tangentis arcus 30 graduum.

Sumatur in AB Tangens arcus 30 graduum AT. Jungatur DT secans AK in V, & rectam EK in X, & ducatur AX. Erit ergo triangulum ATX æquilaterum. Est ergo angulus AVD, ut & angulus KVD rectus; erunt etiam latera AX, XD æqualia. Est autem TX dupla VX. Quare DV est tripla VX, id est sesquialtera DX, id est Tangentis 30 graduum. Quod erat demonstrandum. Eadem propositio demonstratur *Elem.* 14. ad *Prop.*18. sed quia longior est quam ut huic loco conveniat, legatur ab eo qui dubitabit de veritate ejus.

Corol. Est ergo recta DV vel EK tripla differentiæ inter latus DC & semidiagonalem DI vel DO. Nam CO est ostensa æqualis dimidiæ Tangenti AT.

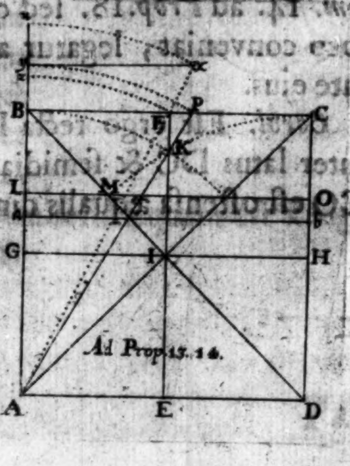
Prop.

Prop. XIIII.

Differentia inter majus & minus segmentum rectæ divisæ extrema & media ratione, dupla est differentiæ inter eandem rectam, & eam quæ potentia est ad ipsam ut 5 ad 4.

Sit data recta AB, cui ponatur ad angulos rectos BF semissis datæ AB. Ergo ductæ AF potentia, est ad potentiam datæ ut 5 ad 4, & ad potentiam BF ut 5 ad 1. Intervallo AF describatur arcus circuli secans AB productam in z. Potentia ergo rectæ Az est ad potentiam datæ AB ut 5 ad 4, & ad potentiam BF ut 5 ad 1.

Dico differentiam inter majus & minus segmentum datæ AB divisæ extrema & media ratione duplam esse Bz.



Dividatur AB bisariam in G. Dempta ergo AG a tota Az, reliqua Gz est majus segmentum datæ AB divisæ extrema & media ratione, per *El.* 13. *Prop* 1. A puncto A in AB sumatur A*a* æqualis Gz. Quoniam igitur tum AG, GB, tum A*a* Gz sunt æquales, etiam G*a* Bz sunt æquales. Et quia

A*a*

Aa est majus segmentum, segmentum minus erit *aB*. Major ergo est *Gz* segmentum majus quam *aB* segmentum minus, duabus rectis *Bz*. *Ga* inter se æqualibus, id est dupla *Bz*. Differentia ergo inter majus & minus segmentum dupla est, &c. Quod erat demonstrandum.

Prop. XIV.

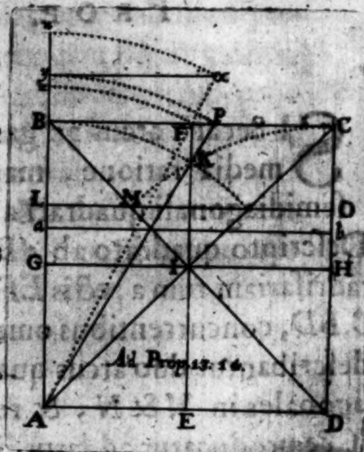
SI Secans arcus 30 graduum secetur extrema & media ratione, majus segmentum erit æquale semidiagonali quadrati a semidiametro.

Descripto quadrato ab *AB*, nempe *ABCD*, & diviso quadrifariam tum a rectis *EF*, *GH*, tum a diagonalibus *AC*, *BD*, concurrentibus omnibus in centro quadrati ad I, describantur duo arcus quadrantales *AC*, *BD*, secantes diagonales in *M* & *N*, & rectam *FE* in *K*. Ducatur *AK* & producatur ad latus *BC* in *P*. Est ergo *AP* Secans arcus *BK*, qui est arcus graduum 30. Est autem *BP* Tangens 30 graduum, & ipsius Secantis dimidia.

Per puncta *M* & *N*. Ducatur recta *LO* æqualis & parallela lateri *BC*. Quare *AL*, vel *DO* æqualis est semidiagonali *AI*.

Dico *AL* esse majus segmentum Secantis *AP* divisæ extrema & media ratione.

Intervallo *AP* describatur arcus circuli *Py* secans *AB* productam in *y*. A puncto *y* ducatur *yx* parallela lateri *BC*, & æqualis dimidiæ Secanti *AP*, id est æqualis Tangenti *BP*. Ducta ergo *Ax* potest quintuplum rectæ *yx*. Intervallo *Ax* describatur arcus circuli *xu* secans *AB* productam in *u*. Quare (per *Elem*. 13. *Prop*. 1.) Dempta *yx* (id est *BP*) a tota *Au*, reliqua erit majus segmentum rectæ AP (sive Ay) divisæ extrema & media ratione. Dempta autem *yx* sive BP ex A*u*, reliqua erit AL æqualis semidiagonali AI. Ostensum enim est Prop. 10. rectam BP duplam esse rectæ CO sive BL. Itaq; *u*L est æqualis *yx* vel BP; & reliqua AL majus segmentum Secantis AP, sive rectæ A*y* divisæ extrema & media ratione. Quod erat demonstrandum.



Cor. Sequitur hinc semissem diagonalis AI esse majus segmentum dimidiæ Secantis AP, id est Tangentis 30 graduum, id est lateris cubi inscripti in circulo cujus diameter est AB.

Prop. XV.

Digreßio de discordia inter calculum linearum, superficierum, & numerorum in demonstrationibus Geometricis.

PEr *Elem.* 5. *Def.* 5, Rationem habere inter se magnitudines dicuntur, quæ possunt multiplicatæ sese mutuò superare.

Ex qua definitione manifestum est, Lineas, Superficies, & Solida nullam habere posse inter se rationem. Nam multiplicata nunquam se mutuo superare possunt.

Si tamen pro Linea usurpetur minutum rectangulum, poterit quidem aliquando inveniri ratio inter superficiem & rectangulum illud etsi minutissimum; nempe quando duo quadrata sunt inter se ut quadratus numerus ad quadratum numerum. Quia comparari possunt, & alter alterius esse mensura.

Sed quadrata quæ sunt inter se ut quadrati numeri multo pauciora sunt quam quæ non sunt ut numeri quadrati; etsi utraq; sunt innumerabilia.

Doctrina ergo de quantitate Linearum est scientia per se subsistens; & distincta a scientia Superficierum;

&

& hæc distincta a scientia Solidorum.

Deinde quia mensuratio omnis incipit a puncto, punctum autem considerari non potest ut figuratum, quomodo potest punctum in quadrati angulo aliter considerari quam ut quantum aliquod quadrato & ejus lateri commune? Consideraretur enim ut figuratum & non figuratum absurdè.

Præterea quomodo potest punctum quod est in centro circuli haberi pro nihilo, cum sit divisibile? Nam diviso quolibet sectore in partes quotcunque, in totidem dividetur etiam centrum.

Dicet forte aliquis, sine cognita quantitate figurarum paucissima fore Theoremata de ratione Linearum demonstrabilia, præterquam mensuratione mechanica. Sed errant, primò quia rationes Linearum inter se, & figurarum constructiones, & passiones omnes traduntur ab Euclide sine cognita aut quadrati aut cujuscunq; figuræ quantitate aut ratione figuræ ad figuram. Nec quisquam tentavit longitudinem lineæ per magnitudinem quadrati demonstrare ante Archimedem; nec post illum (quod scio) præter Eutocium, ante Copernicum, nec ille quidem demonstravit accuratè.

Neq; hæc dico quod mechanicas operationes pro legitimis demonstrationibus admissas velim. Sed in omni quæstione Geometrica multo prudentius esse existimo, ante Mechanicè mesurando magnitudinem quæsitam quantum potest fieri veritate proximam assequi, & deinde causam inquirere propinquitatis, quæ inventa veri-

tatem

tatem aut falsitatem deteget, quam temerè credens incertæ Logicæ vel Logisticæ suæ, vel authoritati aliorum, ea quæ nescias pronunciare, præsertim ubi non unius tantum, sed multorum Theorematum certitudo labefactari possit. Multo credibilius pronunciat a mensura Mensor diligens, quam qui a falsis ratiocinatur Principiis; & Algebristam, id est Arithmeticum contra mensuratum disputantem, dicentemq; idem esse latus quadrati & radicem numeri merito irridebit.

Etiam studiosum veritatis nemo illum putabit qui conclusionem videns sententiæ suæ contrariam, fultam tamen verisimilibus saltem argumentis, contentus sit pugnare contra solam demonstrationem (quæ aliquando a debilitate procedit sui ipsius ingenii, vel ab omissione alicujus propositionis quam demonstrator supposuerat Geometris, præsertim professis esse cognitam) neglecta rei veritate. Nam hujusmodi mores non sunt quærentium veritatem sed victoriam.

Quæ dixi de linearum & superficierum incongruentia clarius apparebunt in sequente Problemate proposito ad Algebristas.

Prop. XVI.

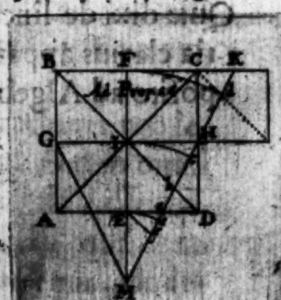
DEscribatur quadratum ABCD, & dividatur tum a rectis EF, GH, tum a diagonalibus AC, BD concurrentibus in I quadrifariam.

In FC producta sumatur FK æqualis dimidiæ MF, jungaturq; MK, quam radio MF descriptus arcus F*d* secet in *d*; ut sint MF, M*d* æquales. Secet autem MK rectam ED in *a*, & diagonalem ID in *b*. Transibit autem MK per H.

Ducatur E*f* parallela ID secans MK in *f*. Deinde radii ME, MI describantur arcus E*e*, I*c* secantes MK in *e* & *c*.

His constructis manifestum est, primò M*a*, *a*H, HK esse inter se æquales.

Secundò (quia MI est dupla ME) M*b* esse duplam M*f*.



Tertiò (quia ME est dupla E*a*) M*f* esse duplam *fa*; & (quia MI est dupla IH) H*b* esse duplam *ba*; & esse tum H*a* ad H*b*, tum M*a*, ad M*f* ut 3 ad 2, sive 9 ad 6.

Quartò, manifestum est tum K*d* tum *ba* esse ad *ae*, ut 3 ad 1, & ad H*c* ut 3 ad 2, atq; ita etiam esse F*a* ad

ae, nempe ut 3 ad 2, sive 9 ad 6; & propterea junctam C*d* esse parallelam ID; & proinde *d*H, H*b* esse æquales.

Quintò, manifestum est M*f*, *f b* esse æquales, & *b*K, *da* æquales.

Est ergo M*d* quater duo, quorum MK est ter tria.

Quare MK est ad M*d* sive MF ut 9 ad 8.

Quoniam igitur MK quintuplum potest FK sive M*b*, si detrahatur FK a recta MK, reliqua *b*K (per *El.* 13. *Prop.* 1.) erit majus segmentum divisæ MK sive M*d* extrema & media ratione.

Sed *b*K æqualis est *da*. Quare *da* est majus segmentum divisæ M*d* extrema & media ratione.

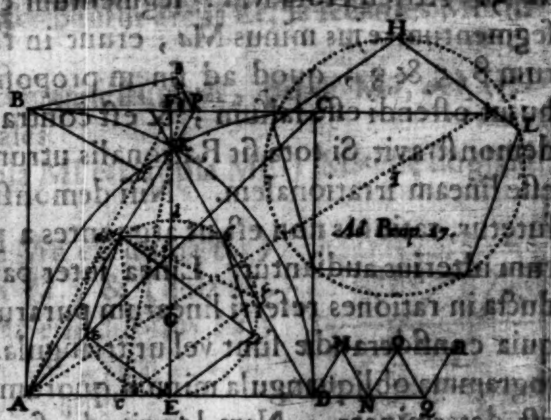
Cum ergo MK sit 9, quorum M*d* est 8, & M*a* 3, erit *da* 5. Atq; ita tota M*d*: segmentum ejus majus *da*: segmentum ejus minus M*a*, erunt in ratione numerorum 8, 5 & 3; quod ad finem propositionis secundæ hujus ostendi esse falsum; & est contra Euclidem, qui demonstravit, Si tota sit Rationalis utrumq; segmentum esse lineam irrationalem. Nisi demonstratio hæc confutetur, rationis non est ut arguentes a potestate linearum ulterius audiantur. Linea inter parallelas obliquè ducta in rationes referri linearum purarum nulla debet; quia considerandæ sunt vel ut triangula, vel ut parallelogramma obliquangula minuta, quorum longitudo non est determinata. Nam longitudo figuræ nulla certa est præter eam quæ vocatur Altitudo.

PROP.

Prop. XVII.

Latus Icosaedri æquale est tertiæ parti semicirculi in sua Sphæra maximi.

Describatur quadratum ABCD, & dividatur bifariam a recta EF parallela lateribus AB, DC. Describatur quadrans ABD cujus arcus secet rectam EF in K. Juncta AK producatur ad BC in P. Est ergo BP tangens 30 graduum; cui addita P*b* æquali lateri BC, tota B*b* composita erit ex latere & tangente 30 graduum. Ducatur etiam diagonalis AC quam recta EF secat bifariam in *i*.



Jungatur DK, eritq; AKD triangulum æquilaterum.

In latere AD sumatur A*c* tertia ejus pars, jungaturq; *c*K, & producatur ad latus BC in *e*; eritq; F*e* tertia pars FP, & propterea erit B*e* tertia pars totius B*b* per *Consect.* 3. Septimæ hujus.

In

In rectis KA, KD sumantur $\kappa\alpha$, $\kappa\epsilon$ utraq; æqualis quartæ parti diagonalis AC, sive dimidiæ A*i*, jungaturq; $\alpha\epsilon$. Erit igitur triangulum $\kappa\alpha\epsilon$ æquilaterum; basis autem ejus $\alpha\epsilon$ secabitur a recta KE bisariam, & ad angulos rectos.

Ex rectæ BP, quæ est Tangens 30 graduum, & ex duabus rectis quarum utraq; sit æqualis $\alpha\epsilon$, fiat triangulum $\alpha\epsilon\gamma$; & erit $\epsilon\gamma$ æqualis $\alpha\epsilon$.

Per tria puncta α, ϵ, γ, describatur circulus cujus centrum sit G, semidiameter Gϵ vel Gα.

Quoniam autem EF sive AB diameter Sphæræ est ad BP, id est ad $\alpha\gamma$ potentia ut 3 ad 1 erit $\alpha\gamma$ latus Cubi inscripti in Sphæra cujus diameter est EF. Et quoniam (per propositionem hujus 14) quarta pars diagonalis est majus segmentum lateris Cubi divisi extrema & media ratione; erit (per *El*. 13. *Prop* 8.) recta $\alpha\epsilon$ latus Pentagoni in circulo $\alpha\epsilon\gamma$; & ipsum Pentagonum una ex duodecem sedibus Dodecaedri in eadem cum Icosaedro Sphæra inscripti.

Compleatur Pentagonum $\alpha\epsilon\gamma\delta\iota$.

Ducatur recta AF secans arcum AKC in *f*; eritq; (ut satis notum est Geometris) B*f* quintæ partis lateris AB, sive diametri Sphæræ potentia quintupla.

Describatur seorsim radio IH, qui sit æqualis B*f*, circulus HL, in quo latus Pentagoni æquilateri sit HL. Erit ergo HL latus Icosaedri in eadem Sphæra, per *El*. 13. *Prop* 16.

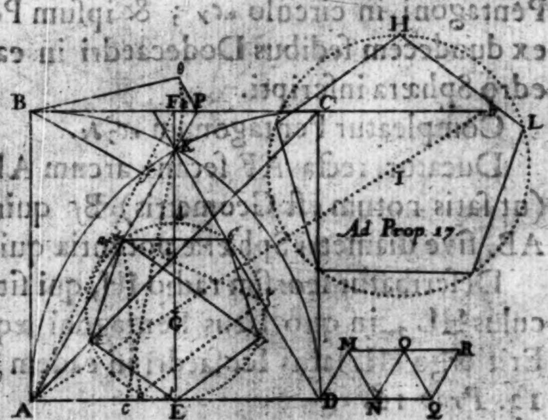
Ergo (per *El*. 14. *Prop*.5. editionis Clavianæ) recta

HL est latus trianguli æquilateri inscripti in eodem circulo. Inscribatur in circulo αγβ triangulum æquilaterum αζ. Erit igitur αζ latus Icosaedri in Sphæra cujus diameter est EF.

Ostendendum est rectam αζ æqualem esse tertiæ parti semicirculi a semidiametro BF; id est arcui BK, quæ pars est tertia quadrantis circuli descripti ab AB ut semidiametro.

Semidiametro BP describatur arcus Pθ, in quo sumatur Pθ æqualis arcui γζ. Ducta ergo Bθ æqualis erit αγ, id est lateri Icosaedri in Sphæra cujus diameter est EF. Radio ergo Bθ descriptus arcus circuli secans BP dabit latus Icosaedri; quod latus si sit ipsum Be, erit tertia pars rectæ Bb, id est tertia pars arcus AC sive semicirculi super diametro EF. Ut manifestum est ex Consectario 3. Prop 7.

Ratio ergo reddenda est quare αγ sive Bθ æqualis debeat esse tertiæ parti arcus AC, id est arcui GK. Quæ quidem ratio facilius reddi posset ab intuitu ipsius I-



cosa-

cosaedri solidi. Sed quoniam in plano exponi non potest, proximum est, ut describamus quatuor triangula quorum viginti faciunt Icosaedri superficiem, & ea positione qua Clavius ea disponit, ad finem *Prop.* 16. *El.* 13. Sunt ergo illa triangula *DMN*, *MNO*, *NOQ*, *QOR*.

In ea figura sit Sphæræ polus *D*. Erunt ergo puncta *D*, *M*, *N*, *O*, *Q*, *R* in superficie Sphæræ concava; & propterea rectæ *MN*, *NO*, *OQ*, non erunt in eodem plano cum punctis *D* & *R*, quæ sunt in plano per diametrum Sphæræ.

Quare latus Icosaedri procedit a polo *D* ad polum *R* per quinque rectas æquales, nimirum a *D* ad *M*, ab *M* ad *N*, ab *N* ad *O*, ab *O* ad *Q*, a *Q* ad *R*. In motu autem primò a *D* ad *M* promovetur versus *R*. Rursus ab *M* ad *N* non promovetur versus *R*. Tertiò ab *N* ad *O* promovetur quantum a *D* ad *M*. Quartò ab *O* ad *Q* non promovetur versus *R*. Quintò a *Q* promovetur ad ipsum punctum *R*. Itaq; per quinque rectas æquales, quæ latera sunt Icosaedri, fit motus a polo ad polum. Sed propter digressionem ad circulos proximos, qui dividunt superficiem Sphæræ quinquifariam motus fit per quinque latera Icosaedri. In semicirculi autem circumferentia fit motus a polo ad polum per tres arcus æquales singulas arcui CK vel BK. Ablato igitur motu qui fit per duo latera Icosaedri nihil promoventia, viæ per tria latera Icosaedri, & per tres arcus semicirculi, æquales singulas arcui CK, [redacted]

~~chordæ~~, æquales erunt. ~~Sed neque per mensuram inveni-~~ ~~tur major chorda BK.~~ Quare tres arcus, ſinguli æqua-
les BK ſunt æquales tribus lateribus Icoſaedri, & unus uni. Quod erat demonſtrandum.

Hoc genus demonſtrationis damnabunt (certè ſcio) Algebriſtæ & fortaſſe alii, qui non admittunt in Geometriam argumenta a motu ſumpta, neq; a menſura. Sed ad hanc, & multas alias propoſitiones Geometricas principia alia nulla excogitari poſſunt, a quibus concluſio certa derivari ritè poteſt. Numeri enim ad hanc rem (ut ſæpe demonſtravi) inepti ſunt; nec a ſuperficiebus ad longitudines, nec contra, procedi rectè poteſt; propterea quod ſuperficies & longitudines ſunt diverſa genera quantitatum.

Prop. XVIII.

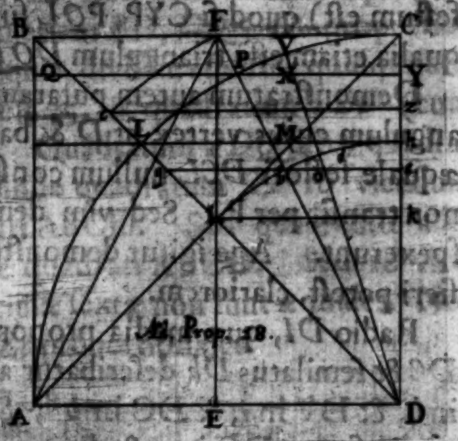
Circulo dato æquale invenire quadratum.

Sit datus circulus cujus quadrans ſit DAC quadrato ABCD inſcriptus; & octans circuli DLC. Secetur quadratum ABCD tum a diagonalibus AC, BD tum a rectis EF, GH, concurrentibus omnibus in I quadrifariam; ducaturq; DF ſecans arcum CL in P, & per punctum P ducatur *YQ* ſecans diagonalem *BD* in *Q*; eruntq; *DY*, *YQ* æquales.

Radio *DF* deſcribatur arcus *Fc* ſecans diagonalem *BD* in *c*, ut ſint *DF*, *Dc* æquales. Dico

Dicò quadratum ab YQ, vel DY æquale esse superficiei octantis circuli DCL.

A puncto c ducatur cZ parallela QY secans DC in z. Est ergo Zc (per *Prop.* 6. hujus) semissis arcus AC, & propterea æqualis arcui CL. In arcu CL sumatur arcus LV æqualis CP, jungaturq; DV secans YP in X; eritq; trilineum CPY totum



intra Sectorem DCL; trilineum autem PQL totum extra sectorem eundem.

Sunt autem ambo trilinea simul (ut antehac ostendi, & nunc ostendam) æqualia sectori APV. Quoniam enim recta BC secta est bifariam in F, & triangulorum DCB, DYQ bases sunt parallelæ, etiam basis YQ secta est bifariam in P; & triangula DYP, DPQ æqualia sunt.

Jam DPL plus PQL plus CPY sunt æqualia DVL sive DCP (quia DPL plus PQL est æquale DYP;) Nam DCV plus DVP æquale est DCP sive DVL.

Quare DPL plus PQL plus CYP æquale est DCV plus DVP.

Ablatis igitur utrinq; æqualibus DPL, DCV, restat

PQL plus CYP æquale ſectori DVP. Et hactenus aſſenſere adverſarii. Conceſſere hoc quoque (nam manifeſtum eſt) quod ſi CYP, PQL ſunt inter ſe æqualia, æqualia etiam eſſe triangulum *DQY* & ſectorem *DCL*.

Demonſtratum autem putaram, ante ex eo quod triangulum cujus vertex ſit *D* & baſis parallela lateri *BC*, æquale ſectori *DCL* nullum conſtitui poteſt cujus baſis non tranſit per P. Sed vim demonſtrationis non perſpexerunt. Age igitur demonſtrationem afferamus, ſi fieri poteſt, clariorem.

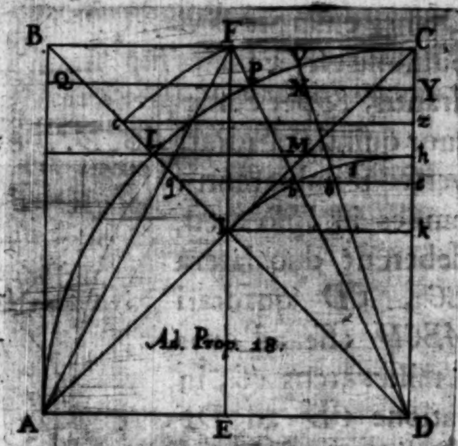
Radio *DI*, quæ media proportionalis eſt inter latus *DC* & ſemilatus *Dk* deſcribatur arcus circuli ſecans DF in *b*, & DV in *i*, & DC in *h*; & per punctum *b* ducatur *eq* ſecans DC in *o*, & diagonalem BD in *q* & DV in *o*. Erit ergo tum ſector DCP duplus ſectoris D*bh*, tum quadrilinei CP*bh*; item triangulum DXY duplum tum trianguli D*be* tum quadrilinei YX*oe*. Quare ſector reliquus DVP duplus eſt tum trilinei CYP, tum quadrilinei VP*bi*. Et D*bi* duplus trilinei *bbe*.

Cum ergo ſector *D*VP duplus ſit trilinei CYP, idemq; æqualis duobus trilineis CYP, PQL; erunt CYP, PQL æqualia inter ſe. Quod erat demonſtrandum.

Inventum ergo eſt quadratum (nempe quadratum ab *YQ*) æquale octanti circuli, nempe ſectori *DCL*; atq; adeo effecta eſt quadratura circuli, nec nunc primum, ſed multis abhinc annis, diverſis methodis ſatis demonſtrata.

Ex hac demonſtratione deduxi etiam duplicationem cubi, oſtendens quatuor rectas CB, Z*c*, *eq*, & I*k* eſſe con-

continuè proportionales. Sed neque hoc intellexerunt Algebristæ. Objicit enim Professor Savilianus, Quod rectæ CB, YQ, Zc non sunt continuè proportionales. Essent enim etiam *BD*, *DQ*, *DC* proportionales. Supposito, inquit, divisam esse BC quinquifariam, quadratum ejus est 25, & quadratum a *BD* (cum sit ejus duplum) 50. Quadratum a *DQ* 40; quadratum a Dc 32; & proinde quadratum Zc 16 vicesimæ quintæ totius quadrati ABCD. Sed quadratum a Zc est 10 decimæ sextæ quadrati ABCD. Sed 16 vicemæ quintæ & 10 decimæ sextæ non sunt æquales. Non sunt ergo *CB*, *YQ*, Zc proportionales.



Sed ejusmodi argumenta (propter causas ad *Prop.* 15. declaratas) meræ sunt spiritus Algebrici præstigiæ, numeros applicantis quantitatibus quæ numeri ad numerum non habent rationem.

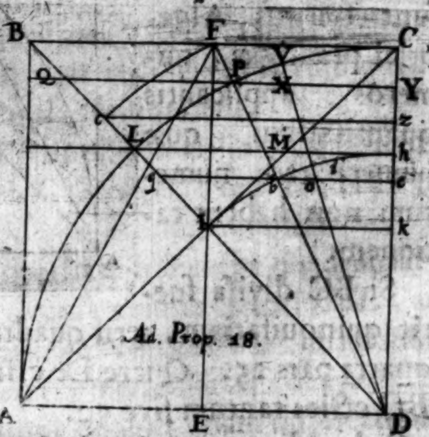
Si BC divisa fuerit quinquifariam, erit quadratum a BF $6\frac{1}{4}$, nempe quarta pars 25. Quare Dc erit $31\frac{1}{4}$, & quadratum a *BD* octies tantum sive 50.

Sed media proportionalis inter 8 & 5 erit latus (latus dico,

dico, non Radicem) numeri 40. Erunt ergo non modo 50, 40, 32, sed etiam 50, 40, $31\frac{1}{4}$ continuè proportionales. Quæ causa ergo hujus discordiæ esse potest (cum perspicue demonstratum sit, tum quod *Zc* est æqualis dimidio arcus AC, tum quadratum ab *YQ* æquale esse Sectori CL) nisi quod lineæ ductæ (id est divisibiles secundum latitudinem) comparari cum lineis puris, id est sine latitudine non possunt. Sed rectas CB, *Zc*, *eq*, *kl* esse continuè proportionales, demonstratione sequente clarissime explicabo.

Consectarium.

Arcus CL minor est quatuor quintis Radii DC. Omnes enim Sinus versi quos in Quadrante DAC duci possibile est, æquales sunt simul sumpti areæ ipsius quadrantis, & per consequens, quadrato *DYQM*, sive quatuor quintis quadrati *ABCD*. Et siquidem Sinus illi versi terminarentur omnes in ipso arcu, deberent duo latera *BC*, *CD* quadrati *ABCD* esse ad duas semisses arcus *AC*, in ratione *CD* ad *DY* duplicata; sed non est ita. Nam etsi diviseris lineam vel aliam quantitatem continuam in æternum,



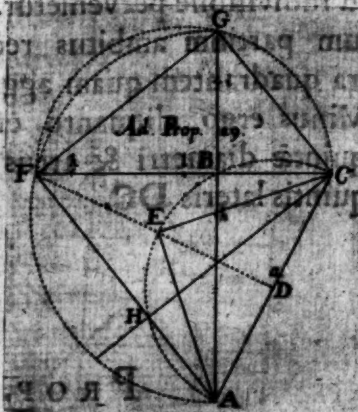
nun-

nunquam tamen perveniet ad Nihil; quia quantitas continua divisibilis est in semper divisibilia. Sinus ergo, quibus universis impletur area quadrantis habebunt singuli suas latitudines, eruntq; semper numero finiti. Sunt autem hi sinus versi inter se Paralleli, quorum maximus DC est circuli radius cujus terminus ad C est arcus minutus. Est autem DC latus quadrati ABCD, & propterea (cum habeat latitudinem) erit rectangulum, & proinde majus quam radius DC. Pars ergo ejus extat extra circulum. Eadem est ratio cæterorum Sinuum versorum; & siquidem secundum latitudinem divisi fuerint quoties dividi possunt, nunquam ad indivisibile pervenietur. Majus ergo est aggregatum partium ambitus rectangulorum extantium extra quadrantem quam aggregatum partium ipsius AC. Minus ergo aliquanto est arcus AC quam quatuor quintæ diametri & arcus CL sive Zc minor quatuor quintis lateris DC.

PROP. XIX.

Inter rectam datam & ipsius dimidiam invenire duas medias proportionales.

Sit data AB, & dimidia ejus BC diſpoſitæ ad angulos rectos, jungaturq; AC, & ſecetur AC bifariam in D. Centro D, radio DA deſcribatur ſemicirculus, & dividatur bifariam in E. Ducantur AE, CE; & in producta CB ponatur BF æqualis CE. In producta AB ſumantur duæ quintæ rectæ AB, quæ ſit B*i*, & inter AB & B*i* inveniatur media proportionalis B*k* cui in AB producta ponatur æqualis BG (quæ per ſupra demonſtrata æqualis eſt duabus quintis arcus quadrantalis deſcripti ab AB) ducanturq; FG, GC. Deinde diviſa CF bifariam in *l*, centro *l* radio *l*F deſcribatur ſemicirculus per F & G, qui tranſibit per C; quod ſic oſtendo.



Recta AC, cujus quadratum eſt quintuplum quadrati BC, eſt media proportionalis inter arcum quadrantalem deſcriptum ab AB & ejus dimidium, ut oſtenſum eſt ad Prop 6. Itaq; CE æqualis eſt dimidio arcui quadrantali deſcripto ab AB (nam propter angulum rectum ad E, CE eſt media inter ambas CE, EA & earum utramvis. Quare BF eſt æqualis dimidio arcus quadrantalis deſcripti ab AB. Eſt autem BG, ad BF & totam AB in ratione continua, tertia, per Prop. 7. Quoniam igitur arcus quadrantalis ab AB :

ipſa

ipsā AB : duæ quintæ arcus quadrantalis ab AB sunt continue proportionales, erit ut duæ quintæ arcus quadrantalis ab AB (sive recta B*k*) ad dimidiam AB, ita AB ad dimidium arcum quadrantalem ab AB. Est ergo ut AB ad BF, ita DG ad BC.

In arcu ABC applicetur a puncto A recta AH æqualis BC. Erunt ergo AB, CH æquales, & propterea arcus HE, EB, sive anguli HCE, ECF æquales, & rectæ HF, BF, item CF, AF æquales, & DE producta dividet angulum AFC bifariam.

Similia ergo sunt triangula ABF, GBC. Quare anguli BGC, BAF sunt æquales, item anguli BCG, BFA æquales. Et (propter angulum CHA rectum, & CH æqualem AB) triangula ABF, FBG sunt similia & æqualia. Ergo æquales inter se sunt tum BF, GC, tum CH (sive AB) & FG.

Et divisa AG bifariam in *b*, centro *b*, radio *b*A descriptus semicirculus transibit per F.

Rectangulum ergo est *FGCH*, & triangula *ABF*, *FBG* similia. Est ergo ut *AB* ad *FB*, ita *FB* ad *BG*, & ita *BG* ad *BC*. Inventæ ergo sunt *BF*, *BG* duæ mediæ proportionales inter datam *AB* & dimidiam ejus *BC*. Quod erat faciendum.

Cor.

Manifestum est ex præcedentibus, duarum mediarum majorem esse octantem, minorem duas quintas arcus quadrantis descripti ab *AB*. Item *AB* (sive *CH*) æqualem esse *FG*; & *BG* æqualem esse illi parti rectæ

CH quam abscindit *AB* computandam a puncto *G*; quæ omnia ad oculos demonstrat Problematis Constructio.

Prop. XX.

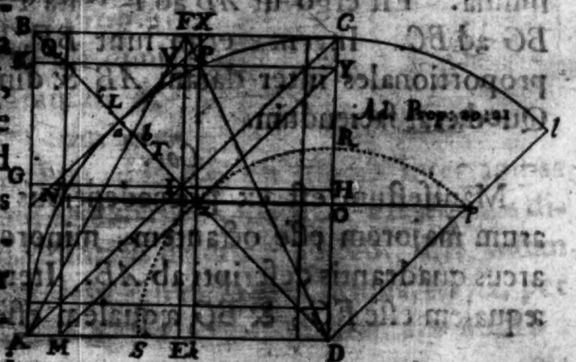
De Centro Gravitatis Quadrantis Circuli.

CEntrum Gravitatis quadrantis circuli est in recta e centro dividente arcum bifariam; & distat a centro circuli tanto quanta est media proportionalis inter semidiametrum & duas ejus quintas.

Describatur quadratum ABCD, & in eo quadrans ADC, ducanturq; diagonales AC, BD, quarum BD secabit arcum AC bifariam in L.

Inveniatur inter semidiametrum DC, & duas ejus quintas media proportionalis *DR*; & radio *DR* describatur arcus quadrantis *RS* secans diagonalem *BD* in z. Dico z esse centrum Gravitatis quadrantis *DAC*.

Secetur quadratum *ABCD* a rectis *EF*, *GH*, secantibus se mutuò & ad angulos rectos in *I*, quadrifariam. Jungatur *DF* secans arcum *AC* in *P*;



&

& per *P* ducatur *YQ* parallela BC secans diagonalem *BD* in *Q*, & *EF* in *V*; compleaturq; quadratum *DYQM*, cujus latus *QM* secet arcum *AC* in *N*.

Ut ergo quadratum a *DF* ad quadratum *DP* vel *DC*, ita est quadratum a *DC* ad quadratum a *DY*. Est ergo quadratum *ABCD* 5 quorum quadratum *DYQM* est 4.

Jungatur *YM*, quæ dividet *DQ* bifariam. Ductæ item *PK*,*NO*, illa lateri AB, hæc lateri BC parallela, secabunt se mutuo & ad angulos rectos in medio rectæ *DQ*.

Quoniam igitur quadratum ABCD est ad quadratum *DYQM* ut 5 ad 4, erit quadratum a *DQ*, 8 quorum quadratum ab *YQ* est 4, & quadratum a *DC*, 5, & quadratum a dimidia *DQ*, 2.

Quadratum ergo a dimidia *DQ* est duæ quintæ quadrati ABCD. Est ergo dimidia *DQ* media proportionalis inter semidiametrum *DC* & duas ejus quintas, & proinde æqualis *DZ*. Est autem Z centrum tum magnitudinis tum gravitatis quadrati *DYQM*; & punctum *I* centrum magnitudinis & gravitatis quadrati ABCD.

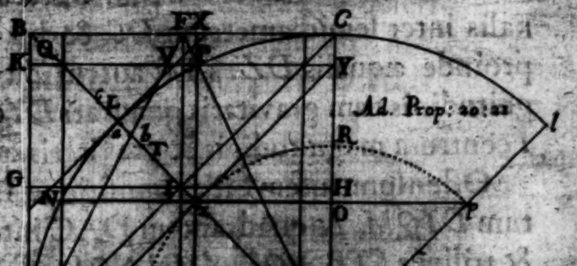
Ostensum autem est propositione 18 hujus, quadratum *DYQM*, & quadrantem DAC inter se esse æqualia & trilinea *CYP*, *PQL*, *AMN*, *NQL* esse inter se æqualia. Ergo si a quadrato *DYQM* auferantur duo trilinea æqualia *PQL*, *NQL*, & addantur eidem quadrato duo trilinea *CYP*, *AMN* ad æquales distantias a diametris æquilibrii, trilinea *CYP*, *AMN* æquiponderabunt ; sed di-

 stantiæ

ſtantiæ *YP*, *MN*, *PQ*. *QN* ſunt æquales & æqualiter diſtant a diametris æquilibrii NO, P*k*, item puncta *Y*, *Q*, *M*, *D*, æqualiter diſtant a centro gravitatis totius, *Z*. Eſt igitur *Z* centrum gravitatis quadrantis DAC. Quod erat demonſtrandum.

Conſectarium.

Centrum gravitatis ſemicirculi eſt media proportionalis inter duas & unam quintam arcus AC. Oſtenſum enim eſt (Prop. 5.) rectam quæ media eſt inter ſemidiametrum & duas ejus quintas æqualem eſſe duabus quintis arcus AC. Si igitur ZO producatur ad *p*, ita ut ZO, O*p* ſint æquales, ducta D*p* erit *p*, centrum gravitatis quadrantis æqualis DAC. Quoniam autem punctum O dividit Z*p* bifariam, erit punctum O centrum gravitatis dupli quadrantis *DAC*, hoc eſt ſemicirculi radio *DC* deſcripti, & D*p* producta abſcindet arcum C*l* æqualem arcui LC. Cum ergo quadrans DAC quieſcat in Z, & duplus Sector C*l* quieſcat in *p*, totus ſemicirculus quieſcet in O. Sed ZO eſt media proportionalis



inter DZ & ejus ſemiſſem, id eſt inter duas quintas & unam quintam arcus AC, propter triangulum DOZ rectangulum & æquicrurum.

Prop. XXI.

Centrum Gravitatis bilinei *ALCA* est in diagonali *BD*, distans a puncto B quanta est longitudo Tangentis 30 graduum.

Inveniatur Tangens 30 graduum *BX*, cui a puncto B in diagonali BD sumatur æqualis BT. Dico punctum T esse centrum Gravitatis bilinei ALCA.

Quoniam enim quadratum ab AB est ad quadratum a BX, sive BT ut 3 ad 1, & quadratum a semidiagonali BI est dimidium quadrati ab AB, erit quadratum a BI ad quadratum a BT ut $\frac{1}{2}$ ad 1, id est ut 3 ad 2.

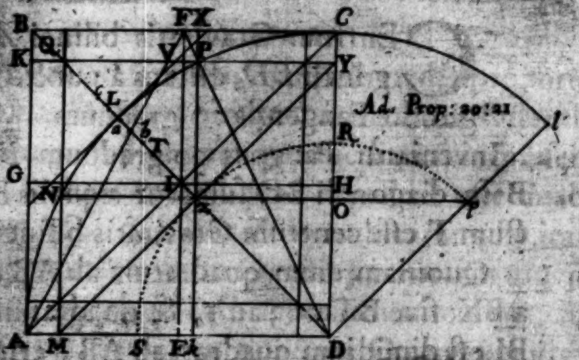
Est autem trilineum ABCLA ad bilineum ALCA ut 2 ad 3. quod sic ostendo.

Gnomon YBM est quinta pars quadrati *DYQM*, id est quinta pars quadrantis *DAC*. Quare etiam trilineum *ABCLA* est quinta pars, sive duæ decimæ quadrati ABCD. Est autem triangulum ABC dimidium sive quinque decimæ quadrati ABCD. Sed quadrans DAC est quatuor quintæ, sive octo decimæ quadrati ABCD. Est ergo bilineum ALCA tres decimæ quadrati ABCD.

Est igitur ratio trilinei ad bilineum eadem quæ 2 ad 3, id est reciproca rationis tum magnitudinum ALCA, ABCLA, tum quadratorum BI, BT. Jungatur AF

secans

ſecans diagonalem BD in *a*. Quoniam ergo AB eſt dupla BF, & angulus ABF a recta B*a* diviſus biſariam, erit A*a* dupla *a*F. Eſt ergo punctum *a* centrum Gravitatis totius trianguli ABC.



Secetur *a*T biſariam in *b*, ſumaturq; *ac* tripla T*b*, ſitq; centrum libræ *a*. Erit ergo ut trilineum ABCLA, ad bilineum ALCA, id eſt ut 2 ad 3, ita reciprocè *ca* ad *a*T, nempe ut 3 ad 2. Eſt ergo T centrum Gravitatis bilinei ALCA, & punctum *c* centrum Gravitatis trilinei ABCLA. Quod erat demonſtrandum.

FINIS.

PRIMÆ PARTIS

DOCTRINÆ WALLISIANÆ

De Motu

CENSURA BREVIS.

Quem misisti mihi *Johannis Wallisii* Libellum *De Motu* perlegi diligenter. Continet autem primam partem, nempe Doctrinam de *Librâ*. Reliquæ expectantur. Quæris quid censeam de prima. Non placet. Quæ clara sunt, obscura; obscura obscuriora facit.

Methodo quidem rectâ utitur procedens à Definitionibus, sed vitiosis, & quarum aliquæ ad demonstrationem nullam adhiberi possunt, quod & ipsum vitiosum est. Hujus generis est prima hæc Mechanicæ.

DEFINITIO I.

Mechanica est Geometria de Motu.

Quid hinc inferri potest quod conducat ad Doctrinam de *Librâ*? Etymologia ἀπὸ τῆς μηχανῆς quorsum attinet? Quo authore Geometra? Sed quid (inquies) accidit incommodi, si doceare obiter Grammaticam? At in hac quoque ineptit, *Mechanica* dicens *in Singulari, & Mechanica in plurali, ut & Logica in Singulari, & Logica in Plurali perinde esse*; cum notissimum sit ad Mechanicam & Logicam in Singulari subaudire Artem; ad Mechanica & Logica in Plurali intelligi Opera, Studia, Instrumenta, vel aliquid simile.

DEFI-

DEFIN. II.

Per Motum intelligo Motum Localem.

DEfinitio non est. Quid ergo istic agit? Distinguere voluit Motum localem à Generatione, Augmentatione, & Alteratione. Cur ergo non distinxit? Nam dum motus hos ad motum localem reduci posse dicit, non distinguit, sed confundit; quia ad motum localem, nisi motus localis reduci nihil potest.

DEFIN. III.

Momentum appello id quod motui efficiendo conducit.

ID est Manus, Vectis, Arcus & instrumentum omne quo ad movendum utimur, est Momentum. Ridiculum. Nondum intelligit, quid sit Momentum. Momentum enim est ponderantis pro certo situ, certa ad movendum potentia. Nam ponderantis effectus major vel minor est, prout (in Libra) longiùs vel propiùs à centro Libræ distat.

DEFIN. IV.

Impedimentum est id quod Motui obstat, vel eum impedit.

VErbum *impedit* non rectè ponitur in Definitione *Impedimenti*. Ad duas has Definitiones, loco explicationis, quâ valde indigent, nugas iterum subjicit Grammaticas vix pueris dignas; nempe, *Momentum* à moveo, *Impedimentum* ab impedio, & hujusmodi alia plura quàm viginti ad Subjectum suum nihil attinentia, ambitione puerili.

Deinde ad momentum refert Vim & Tempus. Ergo etiam ad motum efficiendum conducit tempus. Quomodo Tempus potest esse motus causa efficiens, intelligisne tu? Etiam Vim motricem ad momentum refert, quæ in eodem movente semper est eadem. Momentum autem ejusdem moventis (ut supra monui) variatur. *Resistentiam* & *Distantiam* ad *Impedimentum*

dimentum refert; quasi Distantia unquam motum posset impedire, cùm nihil moveri possit nisi à contiguo.

DEFIN. V.

Vim Motricem, vel etiam vim simpliciter, appello, Potentiam efficiendi motum.

NOn video differentiam inter Definitionem hanc & illam *Momenti*, nisi potentia movendi ad motum non conducat.

DEFIN. VI.

Per Tempus intelligo Temporis spatium id in quo Motus transigitur.

HOmo ineptus, ut sciam quomodo intelligit Tempus, intelligere se dicit Temporis spatium; quasi qui Tempus quid sit nescit, intelligere possit quid sit Temporis spatium.

DEFIN. VII.

Resistentiam sive Vim resistendi, Potentiam motui contrariam, sive qua Motui resistit.

VItiosa est. Neque Potentia Actui, id est Motui contraria esse potest; neque verbum *Resistere* intrare debet in Definitionem Resistentiæ, ne sit idem per idem.

Resistentia est, ubi sunt duo Mobilia contigua, conatus utriusvis conatui alterius, omnino vel ex parte aliqua, contrarius. Atque hoc ille voluit; legerat enim Definitionem hanc in Libro meo *de Corpore*, Cap. 15. Art. 2. Verum ne videretur meis uti (quibus temerè antè contradixerat) dum dum studuit mutando sua facere, corrupit. Nescit enim, nisi quæ vulgaria sunt, Latinè dicere, ut videre est in Libri hujus sui initio, ubi definit *Mechanicam* per *Geometriam de Motu*.

DEFI-

DEFIN. VIII.

Per Distantiam, sive Longitudinem Motûs, intelligo Longitudinis spatium illud quod Motu transigitur.

IDest, per Longitudinem Motûs intelligit lineam, quæ longitudo quidem est, sed semper Corporis. Per Distantiam sæpissimè intelligitur longitudo quæ est (inter duo Corpora) brevissima, quæ unica est, sed longitudines variæ sunt.

DEFIN. IX.

Celeritas est Affectio Motûs ex comparatione Longitudinis & Temporis resultans: Utpote quæ, Quo tempore quanta longitudo transigitur, determinat.

NOtum per ignota. *Celeritas* enim vox ab omnibus intelligitur, sed *Affectio Motûs* à nemine. *Affectio* animalibus propriè tribuitur, ut Passio Corporibus. *Resultare Affectionem* nihil significat, & est loquutio à Demonstrandi ratione alienissima. Quod autem sequitur, *Quæ quo tempore quanta longitudo transigitur determinat*, rectum quidem est, sed desumptum ex Libro meo *De Corpore*, Cap. 8. Art. 15. ubi Velocitatem definieram esse *Motum, quatenus eo longitudo certa certo tempore transmittitur.* Quam Definitionem meam, mutato *Velocitatem* in *Celeritatem*, redditamque breviorem (sed tantundem simul obscuriorem) nunc suam facit.

DEFIN. X.

Æqualis Celeritas est, quæ æqualem Longitudinem æquali Tempore transigit.

DEsumpta est ex Libro meo *De Corpore*, Lib. & Cap. iisdem. Artic. 17.

DEFI-

DEFIN. XI.

Major Celeritas est quæ majorem Longitudinem æquali tempore transigit, vel minore Tempore æqualem.

HÆc quoque ex eodem loco desumpta est.

DEFIN. XII.

Gravitas est Vis motrix deorsum, sive ad Centrum Terræ.

AD hanc Definitionem subjungit, *Quodnam sit in consideratione Physica Gravitatis principium non hic inquirimus.* Sed cur non inquisivit? *Quia* (inquit) *sufficit ut Gravitatis nomine eam intelligamus, quam sæpe deprehendimus vim deorsum movendi, tum ipsum corpus grave, tum quæ obstant minus efficacia impedimenta.* Itaque Scientia causarum Gravitatis sive motûs Gravium Professori *Saviliano* non videtur conducere ad doctrinam Ponderum. Sufficit illi, Gravia recipere +. −. =. Id est, *plus, minus, æquale*; quasi si alia esset causa gravitatis quam quæ est, eadem apparerent circa ponderationem omnia quæ nunc apparent.

Sed & Definitio ipsa falsa est. *Gravitas* enim Qualitas vel accidens est corporis deorsum moti; sed *Vis Motrix* est Qualitas vel Accidens corporis deorsum moventis. Quin autem movens & motum sint diversa Subjecta, præter Scholarem, nemo dubitabit. Utraque, tam *Gravitas* quam *Vis Motrix* conatus quidem est, id est Initium motûs; sed altera est in Movente, altera in Moto corpore; idemq; est conatus in motu quod punctum in linea.

DEFIN. XIII.

Per Pondus intelligo Gravitatis mensuram.

PRopositio (quanquam ab eo non sit demonstrata) vera est; Definitio non est. Non enim est de essentia ponderis, ut sit Ponderis vel Gravi-

tatis mensura, magis quàm est de essentia Numeri, ut sit mensura æqualis vel majoris Numeri.

Ad Definitionem hanc, peritiam suam in Grammatica rursus intempestivè ostentans, subjungit plus quàm viginti Etymologias, ut *Pondus* à *pendeo*, *Tega* à *Tego*, & similia; est in illis, *Uncia* à Græco ὄγκος, quod ineptissimum est; Cum ὄγκος *Molem*, *tumorem*, *magnitudinem* significet, sive gravem sive levem, & bulla aquæ ὄγκος dicitur, sed nullo modo onus.

Neque Propositionem ipsam (licet vera sit) demonstrare quisquam potest, nisi *Pondere* & *Mensura* priùs & rectè definitis; quarum ille neutram definivit. Definitur autem Pondus, *Lib. de Corpore*, Cap. 23. hoc modo: Pondus est Aggregatum omnium conatuum quibus singula puncta corporis quod radium Libræ premit in rectis sibi mutuo parallelis conantur.

Deinde nugatur de differentia inter *Pondus* & *Onus*; quasi *pondus* ad *Libram*, *onus* ad *Vectem* referendum esset; cùm manifestum sit, *Pondus* absolutè semper dici, & esse semper (in eodem corpore) idem; *Onus* contrà semper relativè dici ad ferentem, & majus vel minus pro ratione virium sustinentium.

Rursus in lingua *Græca* ἄχθος deducit ab ἄγω, cùm deberet ab ἄχος *Dolor*.

DEFIN. XIV, XV.

Directionem Mobilis, aut etiam Motûs, appello, rectam qua tendit Mobile. (Motûsque mensuram secundum hanc æstimatam, Motus Longitudinem appello.) Sin curvâ feratur Mobile, (cujus directio in singulis punctis immutatur;) ea est, pro singulis punctis, motûs Directio; quæ curvam in illis punctis Recta contingit.

Directionem Virium seu Moventis, appello, Rectam quâ tendit vis Motrix. Motusque mensuram secundum hanc æstimatam, appello Motûs Altitudinem.

Manifestum est *Directionem Mobilis* esse *Actionem moventis*, per quam efficit ut mobile per lineam certam & unicam moveatur. Actio autem linea non est; neque ergo *Directio* (ut ille definit) est longitudo, sed causa efficiens motus. Hoc ergo erratum primum est.

Secundò, Ut illa recta fuerit (quanquam Directio linea esset) demonstrandum tamen erat. Quod in Definitione, vitium alterum est.

Tertiò, Quod *Directionem Mobilis* dicat rectam eam esse qua tendit Mobile, falsum est. Nam idem est ac si diceret, quod mobile dirigit seipsum,

ipsum, viamque suam sibi eligit, neglectâ directione motoris sui. Quod est peccatum tertium.

Quartò, Cùm Mensuram motûs sumptam in Directione ejusdem motûs, dicat esse motûs longitudinem, id est, viam qua tendit mobile esse mensuram motûs; quo sensu id dicit? Via *Mobilis* linea est; & linea lineæ majoris vel non minoris mensura est. Sed lineam esse mensuram longitudinis motus (cùm longitudo corporum non motuum Accidens sit) loquutio absurda est. Hoc igitur quod dicit de mensura directionis, peccatum quartum est.

Quintò, Quod dicit, quando mobile in curva fertur, Directionem esse curvæ illius Tangentem; Definitio non est, neque *Axioma*, sed Propositio dubia est assumpta gratis. Quod peccatum est quintum.

Sextò, Quod eadem illa Propositio universaliter profertur, cùm non sit verum de curvis omnibus, sed de solis circularibus, peccatum sextum est.

Postremò, Quod verum sit in Circularibus, demonstratum legerat in Libro meo *De Corpore*, Cap. 21. Art. 9. neque agnoscit, peccatum in moribus est.

Neque melior est Definitio 15. nam ut *directio Mobilis* est à motu Moventis, sic (cùm movens etiam sit mobile) habebit etiam directionem Movens, à Movente alio, & ea via, non qua ipsum à se, sed qua à movente proprio dirigitur. Nihil enim seipsum aut movet aut dirigit.

Applicans hæc ad descensum Gravium, assumit: Quod deorsum feruntur Gravia suâ sponte, id est, quod moventur à seipsis sine causâ efficiente, id quod Scholasticum est & falsum.

DEFI-

DEFIN. XVI, XVII, XVIII.

Declivitatem, seu gradum Declivitatis, appello, Respectum illum, qui ex motûs Altitudine & Longitudine comparatis (ob variam Directionis motûs ad directionem Moventis positionem,) emergit. Atque Acclivitatem similiter; quæ à Declivitate non aliter differt quàm quòd altera Descensum, Ascensum altera respiciat.

Æqualem Declivitatem, appello, quæ, æquali peractâ Longitudine, æqualem Altitudinem peragit. Atque Acclivitatem, similiter.

Majorem Declivitatem, vel acclivitatem, dico, quæ, æquali peractâ Longitudine, majorem Altitudinem peragit; vel, minore Longitudine, Altitudinem æqualem. Et quidem, eâ ratione majorem, quâ vel Altitudo illa major est, vel Longitudo, minor. Minorem; quæ contra.

Declivitas (accuratè loquentibus) est Via qua descendit grave in recta non transeunte per centrum Terræ; Acclivitas, Via Ascensionis per eandem. Ut si centrum sit A; & anguli ABC, ABD recti; erit in rectis CB, DB, Declivitas ad B; & in BC, BD, Acclivitas, Via contraria ad C & D. Et definitio brevis est & naturalis. Illa autem *Wallii*, *Respectus ex motus Altitudine & Longitudine emergens*, sunt verba cassa.

DEFIN. XIX, XX.

Obliquitatem verò, hujusve mensuram, appello, Angulum quem facit cum Perpendiculo, (vel directione moventis) Directio Motûs, seu Linea quâ fertur Mobile.

Inclinationem verò ad Horizontem, appello, obliquitatis complementum, sive quem facit angulum ad Horizontem, aut ad rectam Directioni moventis perpendicularem.

Obliquitas & *Inclinatio*, voces ambæ sunt relativæ. Recta si alii rectæ obliqua sit, etiam hæc ad illam obliqua est. Nam recta solitaria obliqua dici non potest. Idem verum est de Inclinatis, quæ locum habent

habent in angulis tantum; ut quorum crura ad se invicem per motum circularem accedunt, sive inclinantur.

Malè itaque definit *Obliquitatem* generaliter per Relationem ad perpendiculum vel directionem motus, quæ sunt rectæ speciales. Nec satis verborum illorum intellexit vim; neque propterea rectè explicare potuit.

Idem latus trianguli, si per ipsum descendat Grave, appellabitur Declivitas; & quia cum crure altero facit angulum obliquum, Obliquitas; & si faciat angulum quemcunque dicitur inclinata. Vides ergo quomodo Declivitas ab Obliquitate & Inclinatione differat.

Subjungit autem, *Declivitatem ab Obliquitate & Inclinatione distinguere necesse duxi*. Cur ergo non distinxit? Distinxit, inquies, cum addidit, *Ea verò declivitatis ratio mihi tractanda videbatur, quæ rectarum inter se rationes respiciat*. Quasi obliquitas declivitásque rectarum rationes non respicerent.

DEFIN. XXI, XXII.

Per Gravitatem, laxius acceptam, intellige, Vim quamvis continuam in quamcunque plagam motricem: per terræ Centrum, intellige, Terminum quo tendit vis illa Motrix: Per Perpendiculum, vel rectam ad Terræ Centrum, vel etiam rectam Horizonti perpendicularem, intellige Lineam Directionis Vis motricis. Per Descensum & Ascensum, Appropinquationem, & Elongationem à termino Vis motricis: Per rectam Horizontalem, vel Horizontale planum; Rectam, seu Planum, lineæ directionis moventis ad angulos rectos. Per Descensum, vel Ascensum obliquum, Lationem secundum lineam, quæ lineam Directionis moventis obliquè secat, ad moventis terminum Accedendo, vel inde Recedendo. Cæteraque similiter accommodanda sunt.

Machinas, appello, Instrumenta motibus examinandis, vel etiam facilitandis, forinsecus adhibita.

IN *Definitione* 21. dum Gravitatem distinguit in strictè & laxius acceptam, utramque in unam eandemque confundit. Gravitatem enim laxiùs acceptam, Vim motricem esse dicit in quamcunque plagam. Deinde per centrum Terræ intelligere se dicit, Terminum quo tendit vis illa Motrix. Quasi quod tendit ad Centrum Terræ non esset verè & propriè dicendum Grave.

In *Definitione* 22. quæ est ultima, Machinam esse dicit instrumentum Motibus facilitandis forinsecus adhibitum. Nonne id rectè dicendum est

conducere

condúcere ad Motum quod motui facilitando adhibendum est? Machina ergo per illius Definitionem tertiam est Momentum.

Percurrimus hactenus Definitiones, in quibus ne una quidem quæ non aliunde desumpta sit, est legitima. Potuerunt igitur omitti omnes, ut quarum nulla inseruit ad doctrinæ institutæ Demonstrationes. Cujus ineptitudinis alia causa esse non potuit, quàm quod materiam tractare ausus fuerit quæ nihil attinet ad suam *Algebram*, quam solam nec hanc perfectissimè didicit; ut paulò post videbimus. Itaque in hac parte Libri sui nihil agit; præterquam quod frustra se motitat, veluti piscis in arido. Itaque ex 22. Definitionibus, Prima est absurda; tertia, octava falsæ; nona mea; duodecima & quindecima falsæ; vicesima prima, absurda. Reliquæ quindecim ineptæ.

Sequuntur Propositiones 30. quarum novem primas appellat, *Lemmata*.

PRO-

PROPOSITIO I.

Quæ ad æqualia eandem habent rationem, sunt inter se æqualia. Et contra.

$$A = E. \quad 2A = 2E. \quad 3A = 3E. \quad rA = rE.$$

Puta si A, E sint inter se æqualia, erunt & inter se æqualia 2 A, 2 E; item 3 A, 3 E, & universaliter r A, r E, cujuscunque rationis Index sit r. Per 7. 9. 11. Prop. 5 El. Euclidis.

DEmonstrationis hujus accuso tum obscuritatem, tum prolixitatem. Obscuritatem, quia si *Euclides*, vel *Archimedes*, vel quicunque veterum & maximorum Geometrarum nunc reviviscceret, atque hæc legeret, propter tamen *Symbola* & vocem illam *Index* hic positam, nihil eorum intelligeret.

Prolixitatem, quia cum ad *Euclidem* Lectorem amandet, pluribus non erat opus, quàm ut Propositioni ipsi locum *Euclidis* subscriberet.

Scripsit (inquies) non illis qui Geometras legerant omnibus, sed illis tantum qui *Oughtredi Clavem* legerant & intellexerant, sicut ipse. Malignus ergo erat. Voluit fortasse admirationi esse illis, à quibus non intelligebatur. Ergo ineptè fecit.

PROPOS. II.

Ubi ratio ex duabus pluribusve componitur; datis Componentibus, datur Composita. Nempe, multiplicatis invicem Exponentibus componentium, ut habeatur exponens compositæ.

PRopositio quidem vera est, nempe, *Ubi ratio ex rationibus componitur, datis componentibus, datur composita.* Reliquum falsum est. Sed ille nil demonstrat. Quod ut certius scias (cum dependeat à *Defin. 5. Elem. 6. Euclidis*) Definitionem illam perspicuè tibi explicabo.

Defini-

Definitio ibi tradita hæc est, *Ratio ex rationibus componi dicitur, cùm rationum quantitates inter se multiplicatæ, aliquam effecerint rationem.*

Exponantur enim duæ rationes *A* ad *B*, & *C* ad *D*. Ratio *A* ad *B*, exponitur à duabus lineis vel numeris *A* & *B*. Ratio enim nisi à duabus lineis vel numeris Antecedente & Consequente exprimi, id est, exponi non potest; nec duæ rationes nisi à quatuor. Antecedens & Consequens prioris rationis apellantur hic ab *Euclide*, quantitates rationis prioris, nempe *A* & *B*. Quantitates autem rationis secundæ *C* & *D*.

Ex his quatuor si duæ Antecedentes *A* & *C* inter se multiplicentur, ut factus sit *AC*, sive rectangulum *A C*; & similiter Consequentes *B* & *D*, ut factus sit *B D*; pronuntiat *Euclides* rationem *A C* ad *B D* componi ex rationibus *A* ad *B*, & *C* ad *D*. Quod est verissimum.

Exempli causa, sit *A* æqualis 2, *B* æqualis 3, *C* æqualis 4, *D* æqualis 7. Quare multiplicatis inter se *A* & *C*, factus erit 8. Et *C*, *D* multiplicatis inter se factus erit 21. Ratio ergo 8 ad 21 componitur (juxta *Euclidem*) ex rationibus 2 ad 3, & 4 ad 7. Quod est verissimum. Quomodo? Fiat ut 2 ad 3, ita 8 ad aliam, erit illa 12. Ergo 8 ad 12 eadem ratio est, quæ 2 ad 3. Est autem ratio 12 ad 21, eadem quæ 4 ad 7. Componitur ergo ex rationibus 2 ad 3, & 4 ad 7, juxta mentem *Euclidis*. Rationis autem compositæ 8 ad 21, sive *A C* ad *B D*, quantitates, sive (quod idem est) exponentes sunt in numeris quidem 8 & 21, sed in quantitate continua sunt rectangula *AC* & *B D*. Manifesta hæc sunt, & propterea manifestum etiam est, neque *Walisium*, neque (meliorem quàm ille est Algebristam) *Clavium* in Definitione hac El. 6. 5. *Euclidis*, quicquam perspexisse.

Sunto (ait *Wallisius*) datarum rationum *Indices*, seu *Exponentes*, *A*, *E*. Assumit hic datos esse rationum Componentium Indices. Sed in propositione datos esse non supponit. Nam Propositio nihil supponit datum præter ipsas Rationes componentes. Assumit ergo Indices seu Exponentes Rationis compositæ esse ipsas Componentes. Quod non probat; & est præterea falsum. Demonstratio igitur non procedit.

Secundò, Quæ sunt rationes quas vult componi non declarat. Ratio quidem *A* ad *E* unica est. Ubi est altera? Nusquam. Assumit ergo, *A* esse Indicem rationis *A* ad *E*. Sumptâ ergo ratione aliâ quacunque *A* ad *M*, erit per illum, Index rationis *A* ad *M* idem *A*, & per consequens *A* ad *E*, & *A* ad *M* eadem ratio.

Tertiò, Quod dicit rectangulum *A E* esse rationem compositam ex duabus rationibus, absurdum est. Rectangulum enim ratio non est. Demonstratio ergo falsa est.

Dicet fortasse, Quod verba ejus non rectè interpretor. Cùm enim ratio ipsa sit quantitas, & ratio una, una quantitas, & plures rationes totidem quanti-

quantitates. Cur (inquies) non potuit pro una ratione ponere Exponentem, unam literam *A*, pro altera E? Respondebis potuisse. Sed Rationes inter se certè multiplicare non potuit. Quicquid enim multiplicatur, per numerum multiplicatur. Et si quid fit ex ductu quantitatum continuarum, efficientium alterum erit linea. Quod si duarum Rationum (exempli causa, 2 ad 3, & 4 ad 7.) quatuor illi numeri, sive quantitates, scribantur in forma duarum Fractionum, hoc modo $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$, multiplicari inter se possunt, & facient $\frac{8}{21}$. Et ratio 8 ad 21, componitur ex rationibus 2 ad 3, & 4 ad 7. Sed neque $\frac{2}{3}$, neq; $\frac{4}{7}$, neq; $\frac{8}{21}$ est ratio, sed quantitas absoluta. Itaque id quod *Euclides* vocat rationum quantitates, sunt comparatarum non comparationum quantitates. Causa igitur quare Propositio vera est, non est Definitio illa quinta *Elem. Sexti*, prout ille eam intelligit, sed *Elementi Sexti*, *Propositio* 23. quam ille transcripsit *Gbebricè*. Ego verò eandem (ut vides) ex ipsa Definitione demonstravi. Cæterùm hactenus excusandus *Wallius* est, quòd *Clavius* Definitionem illam & Definitionem Rationis apud *Euclidem* non meliùs intellexit quàm ille.

PROPOS. III.

Ubi Ratio ex duabus componitur; Datâ Compositâ, & Componentium unâ; datur altera. Nempe, Diviso Exponente compositæ, per datæ componentis Exponentem, ut habeatur Exponens reliquæ. Similiter, si ex quotlibet componitur; Datâ compositâ, & vel unâ vel quotlibet componentium, vel ex his compositâ; datur composita ex reliquis.

VEra est, sed non demonstrata, quia deducitur à præcedente non demonstrata.

PROPOS. IV, V.

IV. *Si Ratio quævis cum Æqualitatis ratione componatur; eadem manet quæ priùs ratio. Et contra. Quæ cum aliâ ratione composita, illam non immutat; est Æqualitatis ratio.*

V. *Quantitates quælibet, in eâdem ratione, vel auctæ vel diminutæ; in eâdem quâ priùs ad invicem ratione constituuntur.*

AMbæ veræ sunt, sed neutra demonstrata. Imò juxta doctrinam ab ipso editam, neutra vera est. Utraque autem, ut ab illo profertur, obscura est.

Quarta vera est, propter eam solum traditam, Quod ratio æqualis ad æquale non est quantitas.

Componatur enim cum ratione *A* ad *A*, ratio *A* ad dimidiam *A*, sive $\frac{1}{2}$*A*, ut in his quantitatibus, *A*, *A*, $\frac{1}{2}$*A*. Manifestum est Rationem compositam ex *A* prima ad *A* secundam, & ex *A* secunda ad $\frac{1}{2}$ *A* tertiam (nempe *A* primam ad $\frac{1}{2}$ *A*) eandem esse cum ratione secundæ *A* ad $\frac{1}{2}$ *A* tertiam; id quod ipse vult cùm dicit, *Si Ratio quævis, cum æqualitatis ratione componitur, eadem manet quæ prius ratio*; quanquam verba ejus id non significent.

Ex quo manifestum est, Rationem æqualitatis (ut putavit ipse) non esse quantitatem. Nam una ratio æqualitatis nec major nec minor est alia ratione æqualitatis; id quod cùm ego demonstrassem (*Lib. de Corpore, Cap. 13. Art. 3.*) in Elencho suo negavit ille.

Itaque Propositiones hæ IV, & V. à suâ ipsius doctrinâ evertuntur. Sed rationem (inquies) æqualitatis quantitatem non esse, post didicit. A quo? Nam doctrina ejus erat eo tempore doctrina Geometrarum omnium. Potuit (dices) Demonstrationem meam & facilem melius considerando, veram esse tandem invenire & uti. Potuit quidem, sed quod Authorem quem culpaverat non absolverit inhonestum erat. Sed quomodo Propositionem suam probat? *Quæ* (inquit) *ex æqualis & dupli rationibus componitur, est dupli ratio*, &c. Quibus verbis Propositionem exemplis explicat, non probat.

Pro Demonstratione offert tantum hoc, *Sequitur ex Secunda.* Secundam autem (ut modo ostensum est) non demonstraverat. Deinde hæc ipsa ejus verba, *Quæ ex æqualitatis & dupli rationibus componitur*, Qualis oratio est? Quàm ad demonstrationem Geometricam inepta? Etiam, quam non Grammatica? Cum præmisisset *rationem æqualitatis*, cur non addidit *rationem*, potius *Duplicitatis quàm Dupli?* Causam audi. In scriptis Geometrarum ferè omnium invenitur pro ratione 2 ad 1, sive dupli ad simplum, semper ferè *Ratio dupla*; quasi ratio 2 ad 1, esset duæ rationes. Id quod in Lib. *De Corpore* cùm reprehendissem, quia dicendum erat *ratio Dupli ad Simplum*, *Wallius* in Elencho contendit (sermone acerbissimo) rationem 2 ad 1, esse rationem duplam, & rationem 3 ad 1, esse triplam. Quod cùm postea errorem esse vidit, usus est his verbis, *Ratio dupli, ratio tripli*, &c. Quæ nihil significant, veritus ne si diceret *Ratio dupli ad simplum*, videretur aliquid à me didicisse quem contempsisse videri voluit.

Etiam ab eo quod ratio æqualitatis non est quantitas dependet quinta, quam ille probat à quarta, quam non demonstraverat.

PRO-

PROPOS. VI.

Quæ ex reciprocis Rationibus componitur Ratio, est Ratio Æqualitatis, Et contra Æqualitatis Ratio ex Reciprocis componitur.

NEscio quo Authore rationem inversam vocat reciprocam. De rationibus inversis vera est; sed non ab illo demonstrata. *Sequitur* (inquit) *ex secunda.* At secundam (ut supra ostensum est) non demonstraverat. Deinde addit, *Quippe si ratio A ad E, cum ejusdem reciproca E ad A, componatur: prodibit ratio A E ad E A; quæ est æqualitatis.* Sed hæc est Propositio ipsa, quæ erat demonstranda. Itaque idem per idem probat. Falsum etiam est, rationem *A* ad E, compositam cum ratione E ad *A* facere ipsam rationem *A* E ad E *A*, sed tantum æqualem; facit enim rationem *A* ad *A*, ut manifestum est ex rationum ipsarum expositione, *A*, E, *A*. Ubi vides rationem compositam ex rationibus *A* ad E, & E ad *A* esse primario rationem *A* ad *A*, non autem *A* E ad E *A*, nisi secundario & per consequens.

Unde ergo certus erat *Wallisius* de veritate suæ Propositionis? Demonstratur à me, *Lib. de Corpore, Cap.* 13. *Art.* 13, & 15. Quem librum reprehendendi studio diligentissime legerat. *Articulo* 13. demonstravi, Quod si fuerint tres lineæ quæcunque *AB*, *AC*, *AD*, rationes *A B* ad *AC*, & *A C* ad *A D*, æquales esse rationi *AB* primæ ad *AD* tertiam.

Deinde ex eo demonstravi *Art.* 15. *Quod si ratio componatur cum suâ ipsius Inversa, compositam esse rationem æqualitatis.* Quam ille conans demonstrare *Ghebrice* non potuit; quia ea de re neque *Gheber*, neque *Diophantus*, nec quisquam ante me, (quanquam difficultas non magna erat) quicquam scripsit. Si ita non sit, contrarium ostendat *Wallius*, & ab illo, non à me desumptum confitebor, nec intellectum.

PROPOS. VII.

Effectus sunt, causis suis adæquatis, proportionales.

COnversa ferè est Definitionis, quâ definita est à me. *Eadem ratio Geometrica*, (*Lib. de Corpore, Cap.* 13. *Artic.* 6.) quam in Elencho suo impugnaverat. Debet ergo mihi hanc.

Demon-

Demonstratio illius etiam imperfecta est, cum non sit extensa ad incommensurabilia. Nam quod inferius dicit, *Quod de commensurabilibus ostenditur cum nulla causa concipi possit, cur non de incommensurabilibus similiter verum sit: Et potest etiam si opus sit, demonstrari demonstratione Apogogica*; incertum est. Ubi dicit *Nullam causam concipi posse*, &c. Nimium sibi tribuit. Puto multa valde à multis concipi posse, quæ concipere ille non potuit. Sed cur dicit, opus non esse ut demonstretur etiam de *incommensurabilibus*, cum Propositio universalis sit? Nimirum, quia si hoc fecisset, necessarium ei fuisset illa Definitione mea uti, quam in *Elencho* suo antè damnaverat.

Præterea, verba illa, *Si causa ut* C, *efficit ut* E, *etiam altera* C, *alteram* E *efficit*, *& tertia tertiam*, non est (ut ille putat) Propositionis Demonstratio.

Supponamus enim currui equos junctos duos, qui illum trahant una hora unam *Leucam* tota vi.

Supponamus etiam eidem currui junctos esse equos sex æquè fortes, quæro quot leucas una hora conficient equi illi sex. Nonne juxta hanc Propositionem conficere debent leucas sex? At impossibile est. Tantum enim spatium, ne onere quidem liberi, transire possunt. Demonstratio ergo ejus, nempe, Si causa ut C, &c. nihil valet.

PROPOS. VIII

Contrariorum, quatenus contraria sunt, Aggregatum, æquipollet Excessui Præpollentis: Congruentium verò, eorundem Summa.

Falsa est. Nam $A - A = 0$; id est, Aggregatum ex contrariis, quatenus sunt contraria (ut ipse interpretatur) æquale est nihilo. Idem æquale esse dicit Excessui præpollentis, hoc est differentiæ inter $+A$ & $-A$. Quod est falsum. Nam cum Aggregatum sit nihil, etiam differentia inter $+A$ & $-A$, debet esse nihil. Quod est falsum. Nam differentia inter $+A$ & $-A$ est $2A$. Quod tum ratione naturali, tum à Substractionis regula manifestum est. $\frac{+A}{-A} = 2A.$

Nam per illam Regulam tum juxta *Oughtredum*, tum juxta *Clavii* & *Harrioti Algebram*; ut substracto $-A$ ex $+A$. habeatur residuum, sumendum est *Aggregatum* quantitatum (quod hoc loco est $2A$) & præfigendum Signum $+$. Differentia ergo erit $+2A$. Idem ostendit ratio naturalis. Est enim A major quam nihil quantitate A, & rursus nihil majus quam $-A$,

eadem

eadem quantitate A. Quare $+A$ superat $-A$, quantitate $2A$. Facit ergo $2A$ æquale Nihilo. Propositio ergo falsa est. Putarem antehac fuisse *Wallisium* Algebristam perfectissimum; atqui video jam quod in quantitatibus affectis ne Substractionem quidem noverit.

PROP. IX.

Æquipollens si vel augeatur, vel contrarium minuatur fit Præpollens; Si minuatur, vel contrarium augeatur; fit minus-pollens.

PRopositio hæc Nona, & Lemma ultimum, eadem est cum Hypothesi mea prima, ad *Cap.* 23. Lib. *De Corp.* est autem hæc, *Si pondus ad alterutrum æquilibratorum accesserit, ad alterum verò non accesserit, tollitur æquilibrium.* Quam ille dubium esse ratus, addito [totum majus est sui parte] demonstrare pulchrum esse existimavit.

PROP. X.

Ubi conjuncta sunt Momentum & Impedimentum: Si Momentum præpollet, pro Momento simul habenda sunt; pro Impedimento verò, si præpollet Impedimentum; Et utrobique tanto, quantus est præpollentis Excessus; *Sin æquipollent, pro Neutro.*

Sin plura sint conjuncta vel Momenta, vel Impedimenta: Tanta simul habenda sunt, quanta est eorundem summa.

Cum enim Contraria sint Momentum & Impedimentum; hoc est, Causa ut sit, &, Causa ne sit: Constat propositum, per 8. hujus.

FAlsa est. Quid enim? Si saxum terræ imitatur, nonne Momentum ejus idem est quod pondus? Terra autem ponderi nihil aufert, neque ergo Momento; neque addit, neque quicquam in saxo efficit, præterquam quod motum ulteriorem tollit. Quomodo ergo accipienda sunt ambo pro Momento? Nam si terra dicatur Momentum habere sursum, quo Momentum deorsum minuat, dicetur quoque habere in se vim movendi sursum. Quod est absurdum. Quid ergo Momento & Impedimento conjunctim tribuendum est majus quàm Momento soli attribuitur? Quod addit, *Et tanto quantus est præpollentis excessus*, falsissimum est. Nam sequeretur inde (ut ad

Prop. 8. ostensum est) quod terra conatur sursum bis tanto quantus est conatus saxi ad centrum terræ.

Demonstrationem ex eo ducit, Quod contraria inter se sunt Momentum & Impedimentum; causa ut sit, causa ut non sit; quod est falsum. Contrarii enim sunt duo motus ab ejusdem rectæ diversis terminis concurrentes: Nam Motus & Quies non opponuntur contrariè, sed privativè. Quod denique adjicit postremo loco, *constat propositum ex Prop*. 8. etiam falsum est; nam octavam illam manifestissimè probavi esse falsam.

Causa falsitatis erat, Quod idem esse censuit Impedimentum & Resistentiam; quanquam ipse definierat (malè) Impedimentum esse id quod impedit. Et Resistentiam (melius, ex libro meo de *Corpore*, Cap. 15. Art. 2. numero 3.) potentiam motui contrariam. Id quoque minus accuratè quam decuit Geometram. Potentia enim Actui contraria esse non potest.

PROP. XI.

Si Momentum Impedimento præpollet: Motum efficit. Adeoque; Si nullus fuerit, Inchoatur: Si jam fuerit, Augetur.

Si præpollet Impedimentum; Impedit. Adeoque Motum, si quis jam sit, vel Tollit, vel saltem Minuit.

Et quidem in eâ ratione plus minùsve Efficit aut Impedit, quâ major est vel minor Excessus præpollentis.

Si æquipollent: Neque ponitur motus, neque tollitur. Adeoque quæ prius erat vel Quies vel Motus perseverat.

Falsa est. Nam saxum terræ insidens Momentum habet, quantum scilicet est ipsius pondus; Terra autem, quia Vim motricem sursum nullam habet, Momentum nullum habet. Ergo Momentum contrarium nullum habet. Momentum igitur saxi præpollet impedimento à terra in ratione ponderis Saxi ad nihil. Ergo saxum terræ insidens descendet. Quod est absurdum.

Secunda pars, *Si æquipollent, neque ponitur Motus, neque tollitur*, vana est. Nam inter Momentum *Gravis* deorsum conantis, quod est aliquod, & Momentum *Gravis* conantis sursum, quod est nullum, nulla potest esse æquipollentia.

Quod infert ultimo loco, *Adeoque quæ prius erat vel Quies vel Motus perseverat*, ex illius præmissis non sequitur; vera tamen est, & à me demonstrata (*Lib. de Corpore*, Cap. 9. Art. 7.) quam ille in Elencho suo conatus est refellere.

In *Scholiis* ad *Propositionem* hanc suam affirmat Propositionis suæ partem hanc ultimam à *Galilæo*, *Cartesio*, & *Gassendo* sumptum esse ut Postulatum; nec meminisse se vidisse à quoquam demonstratum; quorum utrumque sciebat esse falsum. Nam Demonstrationem meam legerat, ut confutaret; ab illis autem postulatum fuisse nunquam legerat. Sed meis uti quibus contradixerat turpe sibi esse scivit.

PROP. XII.

Vis vi contraria, si æquipollet, sustinebit: Si minus pollet; ne hoc quidem. Si præpollet, (neque aliud adsit impedimentum,) movebit. Et contra: Si movet, præpollet: Si non movet; tum vel minus pollet, vel saltem æquipollet, vel aliud quid impedit.

Hanc sciunt etiam pueri decennes, quam tamen ille non demonstravit. Nam deducit eam ab *Octava* & *Septima* præcedentibus, quarum illam absolutè falsam, hanc non esse universaliter veram supra ostensum est. Neque inter hanc & *Octavam* affinitas ulla est; cùm ibi de Momento & Impedimento agitur, hic de Vi, Vi contraria. Causa erroris eadem est, quæ antè; nempe *Momentum* & *Impedimentum*, sive causam ut fit, & causam ne fit, contraria esse judicaverat.

PROPOS. XIII.

Quæ ex Mobilium pondere resultant motûs Impedimenta, (cæteris paribus) sunt Ponderibus proportionalia.

Quodque de Pondere dicitur, de quavis aliâ contraria vi, similiter intelligendum, quæ ponderis instar erat. Et similiter in sequentibus.

Quis hanc intelligit? Quid est *Resultare*? Resilire an sæpe resilire? Cùm ergo quid sit non definivit, conjiciendum reliquit mihi. Ego vero illum voluisse puto, Impedimentum esse ponderis ipsius effectum, id est, Pondus sibimet ipsi facere Impedimentum. Quod est absurdum.

Quis unquam Geometra conclusionem intulit, cujus termini (sive *Subjectum* & *Prædicatum* ut loquuntur *Logici*) non fuerint antè definiti. Præterea quoniam toto hoc *Capite* loquitur de *Motu* universaliter, & Propositionem intelligendam esse dicit de quibusvis aliis viribus contrariis; supponamus

ponamus pondus in terram ab alto descendere, (cadet autem motu continuè accelerato) nisi terra impediat usque ad centrum. Quæro jam an ex hoc, Quod *Si pondus P, impedit ut I; tunc 2 P, impedient ut 2 I*, inveniri possit proportio Ponderis cujuscunque (cum sit pondus aliquid) ad Impedimentum (quod Motus non est.) Omnes ergo hactenus *Propositiones* ejus vel falsæ, vel alienæ, vel ab illo indemonstratæ sunt.

PROPOS. XIV, XV, XVI, XVII.

Quæ ex longitudine transigenda, resultant motus Impedimenta sunt Longitudinibus proportionalia.

Quodque de Longitudinibus, dicitur; de Medii densitate, tenacitate, aut simili quovis impedimento, pariter dicendum erit. Et similiter in sequentibus.

FAlsa est; Nam ut Longitudo impediat Motum, incogitabile est. Motum enim nihil impedit, præter motum vel conatum contrarium. Annè minùs velociter ibit cursor ad primum ab urbe lapidem, eò quòd longiùs ab urbe distat lapis secundus quàm primus? Quid sibi hic vult non intellexissem, nisi ea legissem quæ scribit ad sequentem, nempe *Duplum pondus per duplam longitudinem ferendum, esse impedimentum quadruplum.* Unde intelligo quod loquitur de ferendis oneribus. Hoc ergo est quòd dicit, *Si bajulus ferre potest pondus centum librarum per centum mille passuum, tempore quocunque A, tunc potest ferre centies centum librarum eodem tempore per unum tantummodo mille passuum.* O Geometram de Motu admirandum! Bajulus enim, vel etiam asinus, impedimentum quo minus longe onus ferre potuit debilitato corpori attribuisset, non longitudini viæ. Vel in navibus onerariis causam nauta dixisset tarditatis, resistentiam aquæ contra navem, majorem, si magis oneratur.

Quod ad demonstrationem ejus attinet (quæ suis ferè omnibus communis est) falsa est, neque quicquam valet, præterquam in numeris; ad Actionem & Passionem, quæ solæ spectantur in doctrinâ Motûs, accommodari non potest, nam si arcus sagittam emittat quingentas ulnas, ideonè arcus duplo fortior eandem emittet mille ulnas? Falsa ergo est, & 15, 16, & 17, quæ ab ea pendent.

PRO-

PROPOS. XVIII, XIX, XX.

Virium momenta, cæteris paribus, sunt Virium gradibus proportionalia.

HÆc quoque, quatenus enuntiatur hoc Capite de *Motu* in genere, falsa est.

Supponamus enim palum in terram defigendum, & à pondere cadente ab altitudine decem pedum, in terram adigi ad profunditatem pedis unius. Ergo per hanc Propositionem, palus idem vel par pondere duplo cadente ab eadem altitudine adigetur in eandem terram vel parem ad profunditatem pedum duorum. Falsum tamen est. Nam pro ratione celeritatis ponderis quod palum ferit, augebitur impedimentum à resistente terra. Sin dicat, objectionem hanc, ex eo tolli, quod cætera supposuit paria, contradicet suæ ipsius, hujus Capitis Propositioni 13. quæ affirmat, *Quæ ex Mobilium pondere resultant Motûs impedimenta suis ponderibus sunt proportionalia*. Eadem Propositio ad libram applicata vera est, sed non ab eo demonstrata. Sic enim arguit, *Si Vis ut* V, *movet ut* M; 2 V, *movebunt ut* 2 M. Non enim sequitur. Nam si Vis Vi æquiponderat, neutra movet. Sed ille Momentum & Movere pro eodem habuit, nempe Potentiam & Actum. Quare etiam *Propos.* 19, & 20. falsæ sunt, saltem non demonstratæ, in motu libero.

PROPOS. XXI.

Si Vires & Tempora, sint vel utraque æqualia, vel sint Reciprocè proportionalia; quæ hinc resultant Momenta sunt æqualia. Et contrà: Si Momenta illa sunt æqualia; Vires & Tempora, sunt, vel utraque æqualia, vel saltem reciprocè proportionalia.

PRopositio hæc, quoties agitur de Motu uniformi vel uniformiter accelerato, ubi habenda est consideratio Temporum, vera quidem est, ex eo quod ejusdem in idem, idem est effectus, id est idem Momentum, ut sciunt pueri. Sed in ponderationibus & in percussionibus, ubi effectus sit in instante ut temporis considerationi non sit locus, absurda est.

PROPOS. XXII.

In quibusvis motibus invicem comparatis, Momenta sunt Impedimentis proportionalia.

HOc est, Momenta Ponderum, Momentis contraponderantium sunt proportionalia, & verum est, & clarum. De Impedimentis obscurum est. Impedimenta enim suâ naturâ Momentum (in partem contrariam) nullum habent.

PROP. XXIII.

In Comparatis Motibus; si lationum Tempora sint æqualia; Celeritatum gradus sunt transactis longitudinibus proportionales.

PROP. XXIV.

In comparatis Motibus; Si transacta Longitudines sint æquales; Celeritatum gradus sunt Temporibus reciproce proportionales.

PROP. XXV.

Comparatorum Motuum celeritates, sunt in ratione ex directâ Longitudinum & reciprocâ Temporum rationibus compositâ.

PROP. XXVI.

In comparatis Motibus; Si transactæ Longitudines, sint Temporibus proportionales: Celeritates sunt æquales. Et contra.

VEræ quidem sunt, non autem ab illo demonstratæ; sed demonstrari posse innuit ex definitione *Celeritatis*. Cur ergo illas non sumpserat ut *Axiomata*, citatis Authoribus qui illas demonstraverant?

PROPOS. XXVII.

In comparatis Motibus, Virium gradus (cæteris paribus) sunt in ratione quæ ex Ponderum & Celeritatum rationibus componitur.

RIdicula est. Sint enim duo homines *A*, & *B*, habeatque *A* vim ut 2, *B* vim ut 1. Et Celeritas hominis *A*, ad Celeritatem hominis *B*, ut 2 ad 1. Ergo ratio virium *A* ad vires *B*, composita erit ex ratione Ponderis unius hominis ad Pondus alterius hominis, & ratione Celeritatis ad Celeritatem. Ridiculum.

Manifestum enim est in doctrina de Ponderibus, Pondus & Vires eandem esse rem; & propterea in comparatis motibus qui fiunt à Pondere & Virium gradu, vires esse ut ipsa pondera; nec, ut ille dicit, in ratione composita ex Pondere ad Pondus & Celeritate ad Celeritatem.

PROPOS. XXVIII.

Datum Pondus data Vi movere.

PRoblema notum est. Sed antequam ad Demonstrationem accedam, pauca tibi de rei natura explicanda sunt.

Deinde de eo quod præstitit *Wallisius* judicabis. Primò sciendum est, Quod pondus majus à minore non movetur, nisi vis motrix (id est potentia ad celeritatem) minoris, vi motrice majoris major sit. Major autem esse non potest ubi pares sunt circumstantiæ. Aut ergo vis motrix minoris augenda, per Machinam aliquam, aut vis majoris minuenda est. Machinarum ad hanc rem una est Libra; à cujus centro si brachia sint utrinque æqualia, termini brachiorum describent (si moveantur) eodem tempore arcus æquales, sin inæqualia, inæquales; ideoque brachium minus tardiùs majus celeriùs movebitur in ratione ipsorum brachiorum.

Secundò, Quod pondus ut 100 pendens à brachio uno ad distantiam à centro Libræ quamcunque, & pondus ut 1. pendens à brachio altero ad distantiam ut 1, Vis hæc 1, est centesima pars virium alterius. Sin pondus idem 1, removeatur ad distantiam à centro centuplam, habebit vim centuplam, propter centuplicatam celeritatem, id est, vim æqualem vi ponderis majoris, ideoque majoris vim sustinebit; nimirum unusquisque virium

gradus

gradus sustinebit ponderis majoris partem suam. Hoc est, Pondus minus multiplicato tempore sustinebit majus quantumcunque, & remotum adhuc à centro Libræ quantulocunque movebit sursum. Quæ Problematis constructio est per Libram.

Tertiò, Idem efficietur si Libra sustineatur à fulcro quod sit Horizonti perpendiculare. Nam Libra semper est, etsi vulgò vocetur Vectis, & fulcimentum, Hypomochlium appellatur.

Causa hujus rei Physica est, quod potentia ponderis eadem est cum celeritate qua brachium Libræ unde pendet movet in circulo, cujus centrum est centrum Libræ. Sed nec Libra nec Vectis magni momenti est Machina, ad movendum pondera ingentia, qualia erant quæ movit *Archimedes*.

Ratio movendi Vi minima pondera maxima, ab eo Principio derivatur, quod vis utcunqe exigua effectum habet aliquem.

Ab hoc Principio manifestè sequitur, Quod qui pondus vel trahere, vel trudere, vel sursum tollere aggreditur, conatu primo quamquam levi, aliquantum proficit, & conatu perseverante, id quod aggressus est in tempore perficiet, si quod conatu profecerat posset contra conatum ponderis resistentis retinere; alioqui enim pondus relaberetur.

Ars ergo movendi datum pondus datâ Vi, alia non est quam ars inveniendi machinam, cujus ope quod primo conatu acquisitum est, usque ad conatum secundum, & similiter à secundo ad tertium, & sic deinceps conservetur. Conatibus enim quamlibet exiguis, si multiplicentur, omnis tandem Vis data superabitur.

Machina autem ad eam rem prima & commodissima est ea quæ vocatur *Cochlea*, id est Cylindrus firmissimus, secundum cujus superficiem descripta linea Spiralis multarum circumvolutionum incisa sit. Quo facto virium moventis, licet minimi, effectus procedens secundum obliquitatem spiralem, à pondere levando, quantumvis magno, nunquam auferetur; propterea quod ponderis elati vis semper tendit secundum Cylindri axem, id est,ad spiralem ferè perpendiculariter.

Secunda, quæ constat ex rotis dentatis, dentibus alterius, per dentium alterius intersititia circulari motu procedentibus, idem efficit.

Tertia est, Polyspastum ex pluribus trochleis. Sunt & aliæ, sed omnes præter Cochleam ad Vectem sive Libram reduci possunt; quarum figuras & demonstrationes apud Authores videas; ne te ubi opus non est, & præter institutum meum detineam. Considera nunc illius demonstrationem, & sequentes duas quæ ab hac dependent, quibus clauditur Caput primum de Motu in genere.

Sit exposita (inquit) *Vis* V, *quæ moveri potis sit Pondus* P, *Celeritate* C. Quæro hic, si Vis & Pondus, id est Pondus & Pondus data, Libræ hinc & inde appensa fuerint, quænam sit celeritas illa data C, cum pondera omnia

ejusdem

ejusdem materiæ ab æquali altitudine tendant ad centrum terræ celeritate eadem.

Quæro etiam, quoties pondus ut 2, pendens in distantia à centro Libræ ut 1, & pondus ut 1, in distantia à centro Libræ (ex altera parte) ut 2; quam habeat utrumvis eorum celeritatem, cum in æquilibrio existentia quiescant ambo.

Rursus, quia in *Scholio* hujus Propositionis, magnitudinem ponderis compensandum esse dicat tarditate Motus, seu Temporis longitudine, quæro ubi ille in antecedentibus, Celeritatis aut temporis quod sit in pondere mentionem fecit. Sciunt quidem omnes esse in æquilibratis ponderum, & longitudinum à centro Libræ, rationem reciprocam; Sed hoc in præcedentibus demonstratum non est, nec causa reddita ulla quare, & in qua ratione, tardiùs moveretur quod longiùs à centro appensum est, quam quod propiùs. Nihil ergo demonstravit, idem vitium est in *Prop.* 29, & 30.

Manifestum etiam est nihil illum omnino (præter vulgo cognita) de natura Motûs intellexisse, sed quæ legerat Symbolis transcripsisse, & non modo non demonstrasse, sed ignorantia regulæ Substractionis in Arithmetica speciosa corrupisse, per falsam Capitis hujus *Propositionem octavam.*

Video etiam illum ignorare Demonstrationum leges, ut qui nec definire sciat, & quæ definierat, inter demonstrandum mutat.

Præterea Propositiones habet inutiles prorsus & absurdas, quales sunt, *Gravia gravitant in ratione ponderum. Grave quatenus non impeditur, descendit. Grave tantundem descendit quanto fit terræ centro propiùs, Gravium descensus pollet,* &c. Vitium denique Demonstrationibus ejus omnibus commune est Obscuritas, non dico propter Symbola, sed propter sermonem ipsum.

Item propter ubique inculcatum *Cæteris paribus*, doctrinam suam redegit totam ad hanc unam Propositionem, *Ut est* 1 *ad* 1, *ita est* 2 *ad* 2, *&* 3 *ad* 3, *&* m 3 *ad* m 3, *&c.*

Item interposito ubique (mutatis mutandis) transfert omnia à pondere ad vim in genere. Prudenter hoc. Nihil enim tam falsum est, quod mutatis mutandis non fiat verum. In Propositione totius libri ultima, videri vult intelligere differentiam inter *Libram* & *Stateram*, quæ nulla est; nisi quod *Statera* sit in examinatione ponderum abusus quidam *Libræ* compendii causa tolerabilis in ponderatione carnium, & aliarum rerum non magni pretii; in qua ponderatione particula brachii ultra pondus commune excurrens, emptoribus aliquantulum addit, quod nesciebat ille.

Octava illa Propositio Capitis primi, quam falsam esse ostensum est suo loco, infecit 10. & 17. Capitis ejusdem. Hæ tres infecerunt 6. 25. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. *Capitis Secundi.* Hæ rursus infecerunt 4. 5. 10. 12. 13. 16. 18. 20. 25. *Capitis Tertii.*

 Quod

Quod autem Propositiones ipsæ *Capitis tertii* ferè omnes (nisi quatenus non rectè enuntiatæ sunt) cognitæ veritatis sint, non illius sed aliorum debetur Demonstrationibus. Itaque quæ hactenus de Motu edidit, nullius pretii esse censeo; neque animadversione digna, nisi, quia videbuntur fortasse exteris pars aliqua esse Philosophiæ *Oxoniensis*, operæ pretium existimavi cavere ne haberentur pro Philosophia *Anglicana*: Partes doctrinæ *De Motu* adhuc restant duæ, quæ dicuntur sub prælo esse: Illas antequam in lucem prodeant, nisi desipiat iterum ponderabit. Nescio tamen quantumvis ea revisat, an emendare sciat, homo nominum quibus utitur ipse non intelligens, ut qui scripsit in Elencho suo Geometriæ *Hobbianæ* rationem 2 ad 1, esse duplam; 3 ad 1, triplam; 4 ad 1, quadruplam. Quasi una sola ratio posset esse dupla vel tripla, *&c.* vel ratio 4 ad 3, posset esse ut quadrupla ad triplam quantitatem, & multa alia non minus his absurda & puerilia. Nec mirum est. Nam circa tempus quo ille *Euclidis* Elementa sex priora adolescens percurrisset, invaserat *Geometriam Arithmetica* pars illa quam vocant *Speciosam* nullum non *Problema* promittens solvere. Cujus facilitate juventus capta, festinánsque ad gloriam, vel ad Scientiarum Mathematicarum cathedras (facilis enim adeo est ut quilibet puer Mercatoris Theoriam ejus perdiscere uno die possit) relicta in demonstrando methodo *Geometrarum* (quæ aliquando longa est, & vehementi animi intensione indigens) contenti titulis, Veterum Demonstrationes ipsas non legerunt. Ad quas autem propositiones numeros suos applicabiles judicabant, eas temerè & plerumque falsò per numeros demonstrabant, nullam omnino rei quam tractabant habentes in animo ideam. Nolo igitur mihi Authoris hujus aut Geometræ Alghebrici cujuscunque opus in posterum transmittas Geometricum. Vale.

POSTSCRIPTUM.

Scripta, nec dum missa censura primæ partis, accepi à te partem secundam, ita obscuram ut nullo modo examinari posset. Quantum tamen satis sit ut scias neque in hâc parte quicquam esse (præter ea quæ sciunt pueri) aut Geometræ aut Logici, aut hominis sani, tantum tibi adnotabo. Caput hujus partis primum totiusque operis quartum, incipit à Definitione quantitatis continuæ.

Continuum (inquit) *quodvis (secundum Cavallerii Geometriam Indivisibilium) intelligitur ex indivisibilibus numero infinitis constare.* Quod deinde explicans, *Hoc est* (ait) *ex particulis homogeneis infinitè exiguis, numero infinitis, ut linea ex infinitis punctis*, hoc est, *lineolis infinitè exiguis, longitudine æqualibus*, &c. Miraberis fortasse tu juxta quam *Logicam* vox *Cavallerius* intrare potest in definitionem quantitatis continuæ. Sed ego hoc prætereo.

Defini io

Definitio falsa est, & ex ea sequitur, primò, quantitatem continuam omnino nullam esse. Continuum enim omne divisibile est (ut fatentur Geometræ omnes, nec *Wallisius* negat) in semper divisibilia; & propterea pars infinitissima continui nulla est. Quod autem ex nihilis componitur etsi numero infinitis nihil est, & per consequens (juxta Definitionem hanc) continuum nullum est.

Secundò, Si continuum sit aggregatum (ut ille dicit) ex indivisilibus, ubi est quantitas discreta? Nam numerus nihilorum numerus non est; quia numerus numero additus, vel in numerum multiplicatus fit major. Sed nihil, neque additione nihilorum neque multiplicatione ulla augeri potest, nec divisione minui.

Tertiò, Ex hac Definitione, assumpto quod supponit ad *Prop. 6. Cap. 5. Circuli sectorem ex infinitis numero sectoribus componi (sive quod propter infinitatem, eodem recidit, ex totidem triangulis inter se æqualibus.)* Sequitur eandem esse rem, si satis exigua sit, Sectorem, Lineam & Triangulum.

Propositionis primæ, secundæ, & tertiæ causam nullam ostendit, nec potest; dependet enim à causa efficiente physicâ, quam ille in parte prima consideraturum se esse ex professo negat, experientia illa quam habemus (prope Terræ superficiem) contentus. Itaque utrum grave, cœlo tranquillo, à magnâ aliquâ altitudine descendat perpendiculariter necne incertum linquit. Præterea cum Terra diurno & annuo motu (quod non negat) perpetuò moveatur, & gravia ad Terram fortuitò congregari verisimile non sit, quæcunque de gravitate dicturus est indemonstrata erunt.

Sed tribuatur experientiæ ita esse in superficie terræ, non demonstrandum, sed ut Axioma assumendum esset.

Quarta, Demonstrata est ab *Archimede*, & ab aliis post eum multis quam ille aliter demonstrare conatus non demonstrat; neque sequitur, ut ille putat ex 12, & 13. *Cap.* 3.

Quinta, Axioma meum est tractanti de centro æquilibrii, quam ille demonstrat per *Prop.* 8. *Cap* 3. quam octavam ostendi supra, suo loco esse falsam & contra demonstrata à *Clavio*, *Harriotto*, & suo ipsius Magistro *Oughtredo*. Præterea Propositio ipsa (ut facile observare potes) seipsam destruit. Nam Quantorum series infinita ultimum non habet. Ego ex Arithmeticarum & Geometricarum rationum differentiis (in quantitate finita) perpetuò decrescentibus magnitudines Figurarum investigaveram, ille tantundem valere putavit augmentum quantitatis infinitum; & idem se facere posse sperabat per suas quantitates infinitè exiguas frustra.

Prop. 6. Cap. 5. Hæc est. *Cujuscunque figura ex parallelis rectis planisve, secundum seriem infinitam ab 0, inchoatam constantis, Magnitudo est ad magnitudinem Parallelogrammi, vel solidi Prismatici super æquali basi æque alti, ut unum ad Indicem seriei unitate auctum; & centrum gravitatis in ea est*

distantia

distantia à vertice, quæ Axem ita dividit, ut pars ad basem sit ad partem quæ est ad verticem ut unum ad Indicem seriei unitate auctum.

Demonstraveram *Cap.* 23. Libri mei *De Corpore*, diametrum æquilibrii figurarum deficientium, ita dividere axem ut pars ad verticem sit ad partem reliquam, ut parallelogrammum ad figuræ complementum. Omnia denique quæ ille hâc propositione ejus quintâ demonstrasse se jactitat, conjeceram in tabulas capitis Libri mei decimæ septimæ. Si non credas, habes librum ipsum, illum adi. Vides ergo quâ arte ille hæc mea mutatis verbis ad se transferre conatus est, homo imperitus & vanus.

Demonstrare aggreditur Parabolæ complementum ad Parallelogrammum suum esse *ut unum ad Indicem seriei Secundanorum uno auctum*, id est ut 1 ad 3; quia Parabolæ complementum (ut ille putat) constat ex infinitis numero subsecundanis. Detur ita esse, id est à base crescente perpetuò ut numeri quadratici, cujus Index est 2, (quod tamen verum non est). Non igitur dissentimus; nam ego figuram deficientem à parallelogrammo suo ad complementum esse demonstravi, ut Ratio quâ perpetuò diminuitur axis, ad Rationem quâ perpetuò diminuitur basis, id est in Triangulo ut 1 ad 1; in parabola autem ubi ratio unius duplicata est alterius, ut 2 ad 1. Unde parabola ad parallelogrammum erit ut 2 ad 3; & complementum ad parallelogrammum ut 1 ad 3 (hoc est, per illum, ut unum ad Indicem seriei Secundanorum unitate auctum.) Sed in *Parabolastro* primo (alias *Paraboloide* cubicali) ubi Ratio Rationis est triplicata figuram deficientem esse ad suum complementum ut 3 ad 1. Unde sequitur complementum ejus esse ad parallelogrammum ut 1 ad 4, (id est, ut unum ad Indicem seriei Tertianorum unitate auctum) & sic de cæteris, ego (excepto de *Parabola*) primus. Quæ cum legisset *Wallisius*, occasionem arripiens furti & verbis assumptis *Primanorum*, *Secundanorum*, *Indicum*, & *Exponentium*, pro suis nunc impudenter venditat, nec tamen, ut suprà ostensum est, demonstravit; nec ab illius Principiis demonstrari possunt. Nam si linea ex infinitis punctis constet, & punctum aliquid sit, infinita erit linea; si punctum sit nihil, longitudinis erit nullius, idemque dici de Superficiebus & Solidis potest.

Prop. 14. & 15. aggreditur centrum gravitatis Sectoris, & Segmenti circuli; sed ambæ, & quæ ab illis dependent falsæ sunt, nec ab eo primo editæ. Sed quoniam in *Rosceto* meo recens edito (quem libellum tibi nunc mitto) Centrum gravitatis Semicirculi & Quadrantis, ubi sunt ostendi, reliquas hujus partis secundæ Propositiones prætereo. Nam aliarum etiam Figurarum centra gravitatis suo modo tractat, sed designat nullum. Nescit ubi est, aut quo tendit. In sylva Symbolorum densissima errabundus vestrarum, nihil vides præter spectra. Iterum tibi dico, mitte mihi [illegible] nihil aut Geometricum aut Arithmeticum quod non sit puerile.

FINIS.